



TITLE:

一方向繊維強化樹脂の横方向引張破壊に及ぼす複合構造の影響に関する研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

江嶋, 恒行

---

CITATION:

江嶋, 恒行. 一方向繊維強化樹脂の横方向引張破壊に及ぼす複合構造の影響に関する研究. 京都大学, 1999, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1999-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3149520>

RIGHT:

一方向纖維強化樹脂の横方向引張破壊に及ぼす  
複合構造の影響に関する研究

1999 年 1 月

江嶋恒行

# 目次

- 第 1 章 緒論 ..... 1
- 第 2 章 板中央におけるマトリックスき裂の特異応力場解析 ..... 6
  - 2.1 緒言 ..... 6
  - 2.2 解析方法 ..... 6
    - 2.2.1 解析モデル ..... 6
    - 2.2.2 応力拡大係数の評価方法 ..... 8
  - 2.3 解析結果および考察 ..... 10
    - 2.3.1 き裂先端近傍の応力分布 ..... 10
    - 2.3.2 応力拡大係数の変化 ..... 18
    - 2.3.3 複合材料的巨視き裂の応力拡大係数 ..... 20
    - 2.3.4 複合材料的微視き裂から複合材料的巨視き裂への遷移 ..... 22
  - 2.4 結言 ..... 25
- 第 3 章 板中央における界面き裂の特異応力場解析 ..... 26
  - 3.1 緒言 ..... 26
  - 3.2 解析方法 ..... 26
    - 3.2.1 解析モデル ..... 26
      - (1)単一き裂モデル ..... 28
      - (2)多数き裂モデル ..... 29
    - 3.2.2 界面き裂の応力拡大係数 ..... 29
      - 3.2.2.1 界面き裂先端の応力場 ..... 29
      - 3.2.2.2 応力拡大係数の評価方法 ..... 30

3.2.3	解析精度.....	30
3.3	解析結果および考察.....	32
3.3.1	き裂先端近傍の応力分布.....	32
3.3.2	微視き裂と巨視き裂.....	35
3.3.3	界面き裂とマトリックスき裂の応力特異性の強さの比較.....	38
3.3.4	き裂間の相互作用の影響.....	43
3.4	結言.....	47
第4章	き裂先端近傍の応力場に及ぼすフリーエッジの影響 ..... (板端部におけるマトリックスき裂および界面き裂の特異応力場解析)	48
4.1	緒言.....	48
4.2	解析方法.....	48
4.2.1	解析モデル.....	48
4.2.2	応力拡大係数の評価方法.....	50
4.3	解析結果および考察.....	53
4.3.1	き裂がない場合の応力分布.....	53
4.3.2	マトリックスき裂前方の応力分布.....	55
4.3.3	界面き裂前方の応力分布.....	55
4.3.4	マトリックスき裂の応力拡大係数の変化.....	58
4.3.5	界面き裂の応力拡大係数の変化.....	60
4.3.6	微視き裂先端近傍の応力場.....	63
4.3.7	微視マトリックスき裂の応力拡大係数.....	64
4.3.8	微視界面き裂の応力拡大係数.....	65
4.4	結言.....	66
第5章	き裂先端近傍の応力場に及ぼす界面形状の影響 ..... (繊維に沿って湾曲した界面き裂の特異応力場解析)	68
5.1	緒言.....	68

5.2	解析方法.....	68
5.2.1	解析モデル.....	68
5.2.2	応力拡大係数の評価方法.....	70
5.3	き裂先端近傍の応力分布と応力拡大係数の変化.....	72
5.3.1	円周方向.....	72
5.3.2	長手方向.....	76
5.4	結言.....	79

第6章	微小き裂の発生と伝ばに及ぼす複合構造の影響に関する実験観察 .....	81
6.1	緒言.....	81
6.2	実験方法.....	81
6.2.1	供試材および試験片.....	81
6.2.2	実験装置および実験条件.....	82
6.3	AS4/PEEK に関する実験結果および考察 .....	85
6.3.1	微視破壊プロセス.....	85
6.3.2	微小き裂の発生.....	93
6.3.3	微小き裂の停留.....	93
6.3.4	微小き裂の合体条件.....	97
6.3.5	破壊じん性値.....	100
6.4	HTA/EPOXY に関する実験結果および考察 .....	102
6.4.1	き裂の発生.....	105
6.4.2	き裂の伝ば.....	105
6.5	結言.....	106

第7章	巨視き裂伝ばに及ぼす複合構造の影響に関する実験観察 .....	108
7.1	緒言.....	108
7.2	実験方法.....	108
7.2.1	供試材および試験片.....	108



7.2.2	実験装置および実験条件.....	110
7.3	実験結果および考察.....	112
7.3.1	き裂伝ば特性.....	112
7.3.2	停留しない場合のき裂様相.....	115
7.3.3	停留する場合のき裂様相.....	116
7.3.4	繊維の湾曲による影響.....	119
7.3.5	破壊じん性値.....	124
7.4	結言.....	124
第 8 章	結論 .....	126
付録 A	平面ひずみ下の複合則によるマクロ弾性定数の決定 .....	129
付録 B	界面端の応力特異性 .....	133
参考文献	.....	136
発表文献	.....	143
謝辞	.....	145

## 第 1 章 緒論

長繊維で強化された複合材料は比強度・比剛性に優れており，機器の省資源・省エネルギー化に大きな役割を果たす構造材として注目を浴びている．中でも繊維強化プラスチック（FRP）は，金属やセラミックスをマトリックスとする繊維強化複合材料に比べて成形が容易であり，最も汎用性の高い複合材料である．古くから構造材として利用されていた金属材料に比べると FRP の歴史は浅く，第 2 次大戦中にガラス繊維強化プラスチックが初めて製造され，大戦末期には戦闘機の構造材として使われた[1,2]．当初は航空機の 2 次構造材への利用が主であったが，複合技術の進歩と優れた繊維やマトリックス材料の開発によって信頼性が飛躍的に向上し，1 次構造材にも利用されるようになった．現在では，航空・宇宙機器以外にも建材，ボート，スポーツ用品など，我々の身のまわりで幅広く利用されている[3,4]．

長繊維強化複合材料は繊維に垂直な方向の強度が弱く，繊維と平行なき裂によって破壊がもたらされることが多い[5,6]．FRP は通常，薄いシート状のプリプレグを積み重ねて高温で加圧成形されているため，繊維と平行な層間のはく離によって大規模な破壊が引き起こされることが問題となっている[7]．そこで，FRP の層間に大きな予き裂を導入した試験片を用いた試験および破壊力学的検討が行われてきた[8-10]．試験片の種類としては DCB 試験片[11,12]がもっともよく用いられ，近年 JIS や ASTM で規格化された[13]．DCB はモード I 型破壊に対するじん性を評価するのに対して，モード II 型破壊に対応した ENF 試験片[14-17]，モード III 型破壊に対応した CLS 試験片[18,19]も用いられている．

これらの試験によって層間破壊じん性を評価する際には，FRP を均質直交異方性材料と見なし，線形破壊力学パラメータが適用されている．しかし，本来 FRP は不均質材料であり，実際の破壊挙動は繊維とマトリックスを複合させた不均質構造に影響される[20,21]．Erdogan と Gupta[22]は，ヤング率の低い材料をヤング率の高い

材料で挟んだサンドイッチ構造体の中間層に界面に平行なき裂を配し、応力拡大係数を解析した。これによると、解析により求められるモード I 応力拡大係数を均質無限板中き裂のそれで無次元化した値がき裂長さとともに単調減少することを明らかにしている。結城ら[23,24]は、同じサンドイッチ構造体中き裂の解析で、中間層の厚さを変えて解析を行って、その影響を調べている。このように、き裂の周囲に異材が存在すると応力拡大係数はその影響を大きく受ける。複合材料はサンドイッチ構造より複雑な多層構造であり、影響の及ぼし方もサンドイッチ構造とは異なることが予想される。複合構造体中のき裂先端近傍特異応力場や応力拡大係数を知ることは、微小き裂の発生・伝ばによる破壊を明らかにする上でも重要である。すなわち、長繊維強化複合材料では繊維とマトリックスを明確に分離した不均質複合体として扱い、き裂先端近傍の応力場を解析する必要がある。とくに、繊維と平行なき裂に対する特性が實際上重要である。

複合構造を考慮した場合、複合材料中にあるき裂はマトリックスき裂と界面き裂に大別される。マトリックスき裂とは、き裂先端がマトリックス中にあるき裂であり、その先端近傍の特異応力場は均質材料に対する破壊力学パラメータによって表わされる。これに対し、界面き裂とはマトリックスと繊維の界面に沿ったき裂であり、き裂先端に近づくにしながら振動しながら応力が無限大に発散する振動特異性[25-29]を有し、マトリックスき裂とは先端応力場の特異性が異なる[30-40]。

この他に、複合材料のき裂先端近傍応力場に影響を与えるものとして下記の 2 つの効果が挙げられる。変形特性の異なる材料を接合させると、界面端（自由表面と界面の交点）に近づくにしながら応力が無限大に発散する特異応力場が生じることがある[41-47]。これはフリーエッジ効果と呼ばれ、その特異応力場によって界面端からき裂が発生しやすくなるばかりでなく、発生き裂の特異応力場に影響を及ぼすと考えられる。もう一つは、界面の形状による効果である。強化繊維は円柱形であり、界面き裂の場合にはき裂の伝ばとともに繊維の周辺に沿ってき裂がまわり込み、き裂面の負荷軸に対する角度が急速に変化するため、変形モードやき裂先端近傍特異応力場の強さは大きく変化する。

以上の要因を整理すると、複合構造のき裂先端応力場への影響を明らかにするた

めには、図 1-1 に示すモデルに対して解析を実施する必要がある。

一方、FRP 破壊機構については、切欠き材によるき裂伝ば挙動の観察[48]や平滑材の破面観察による破壊過程の推定[49]などが行われている。この中には複合構造が大

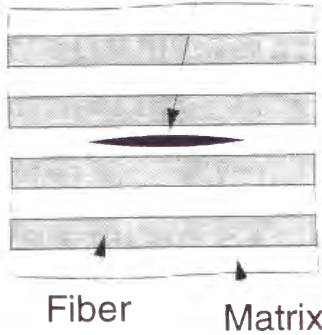
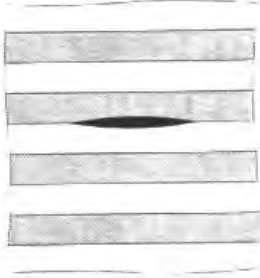
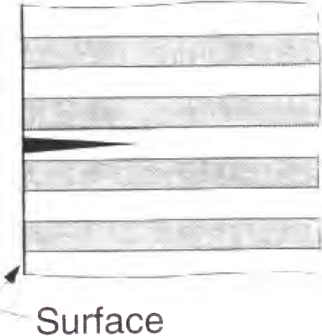
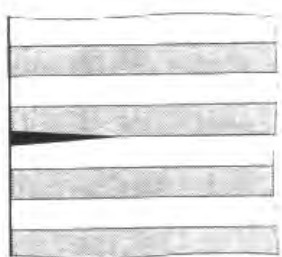
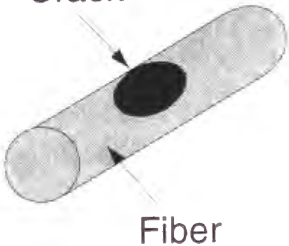
Crack Factor	Matrix crack	Interface crack
Composite	<div>Crack</div> 	
Free edge		
Shape of Interface		

Fig.1-1 Classification of cracks.

きく影響を及ぼすと考えられる微小なき裂を取り扱ったものもあり、最近 Boniface ら[50]は引張ひずみと FRP 内に発生するき裂数との関係や微小き裂の様相について実験観察を行っている。しかし、微小き裂の発生・伝ば挙動を複合構造やそれに起因するき裂先端応力場の変化の観点から検討した研究例はない。

また、巨視き裂では、伝ば途中に発生する繊維架橋によりき裂伝ばが抑制されることがよく知られている[51-56]。轟ら[55]や田中ら[56]は、架橋が生じている層間き裂断面の微視的観察によって、架橋の形成には材料の微視的複合状態が大きく影響することを指摘している。すなわち、複合構造はき裂と繊維の相互作用を通じてき裂伝ば特性に影響する。従来行われている FRP 積層板の実験では、き裂面内に多数の架橋繊維が存在し、個々の繊維が及ぼす力学的影響を特定することは困難であるため、これについては不明な点が多い。

本論文では一方向繊維強化プラスチックの繊維垂直方向（横方向）引張に関して、複合構造がき裂先端近傍応力場に及ぼす影響を数値解析によって検討するとともに、き裂の発生・伝ばに及ぼす影響について実験的検討を行う。

第 2 章では、積層板中央部マトリックス中に存在するき裂に関して、2 次元境界要素法による弾性応力解析を行い、き裂先端近傍応力場に及ぼす繊維/マトリックス複合効果の影響について検討する。

第 3 章では、積層板中央部界面上に存在するき裂に関して、2 次元境界要素法による弾性応力解析を行い、き裂先端近傍応力場に及ぼす繊維/マトリックス複合効果の影響について検討する。

第 4 章では、マトリックス中や界面上の端部き裂に関して 2 次元境界要素法による弾性応力解析を行い、フリーエッジがき裂先端近傍応力場に与える影響について検討する。

第 5 章では、マトリックス中に円柱形の繊維 1 本を導入したモデルを用いて 3 次元有限要素法による弾性応力解析を行い、き裂湾曲がき裂先端特異応力場に及ぼす影響について検討する。

第 6 章では、複合構造がき裂発生・伝ばに及ぼす影響を実験的に検討することを

目的として、2 種類の CFRP 積層板（AS4/PEEK および HTA/EPOXY）の引張試験を行い、その破壊過程を詳細に観察する。

第 7 章では、SEM 中にて HTA/EPOXY プリプレグの室温引張試験を実施し、破壊過程の観察よりき裂と強化繊維の 3 次元相対位置関係を明らかにして、複合効果が巨視的なき裂伝ばに及ぼす影響について検討する。

第 8 章では、本論文で得られた結果を総括する。



## 第2章 板中央におけるマトリックスき裂の特異応力場解析

### 2.1 緒言

マトリックス中に剛性の異なる強化繊維が存在すると、繊維近傍のマトリックスの変形が抑えられる。したがって、複合材料のマトリックスき裂の先端近傍応力場は、マトリックス単体中き裂のそれとは異なると考えられる。これを本論文では複合効果と称している。類似の現象として、多結晶金属の疲労微小き裂において結晶粒ごとの変形特性の相違に起因して伝ば速度が大きくばらつくことが知られている（微視組織的微小き裂）[57-60]。複合材料中マトリックス微小き裂は、複合材料特有の構造的微小き裂とみなすことができる。これに関する厳密な解析は未だなされていない。

本章では、積層板中央に繊維方向にマトリックスき裂が存在する場合について 2次元境界要素法による弾性応力解析を行い、き裂先端近傍の応力特異場に及ぼす複合効果について検討した。

### 2.2 解析方法

#### 2.2.1 解析モデル

図 2-1 に示す一方向繊維強化複合材料をモデル化した 2次元積層板を解析対象とした。この積層板は、厚さ  $d_f$ 、ヤング率  $E_f$ 、ポアソン比  $\nu_f$  の繊維材層（高ヤング率層、以下これを繊維層と称する）と、厚さ  $d_m$ 、ヤング率  $E_m$ 、ポアソン比  $\nu_m$  のマトリックス材層（低ヤング率層、以下これをマトリックス層と称する）を交互に組み合わせた材料である。繊維層およびマトリックス層はともに等方的で、 $E_f/E_m = 1, 3, 10, 100$ 、 $\nu_f = \nu_m = 0.3$  とした。均質直交異方性層については、付録 A に示した複合則から材料定数を定めた。なお、本解析では繊維材層とマトリックス材層の厚さを等しく  $d_f = d_m = d$  とし、下記のように寸法（板幅  $2W$ 、高さ  $2H$ 、き裂半長  $a$ ）につい

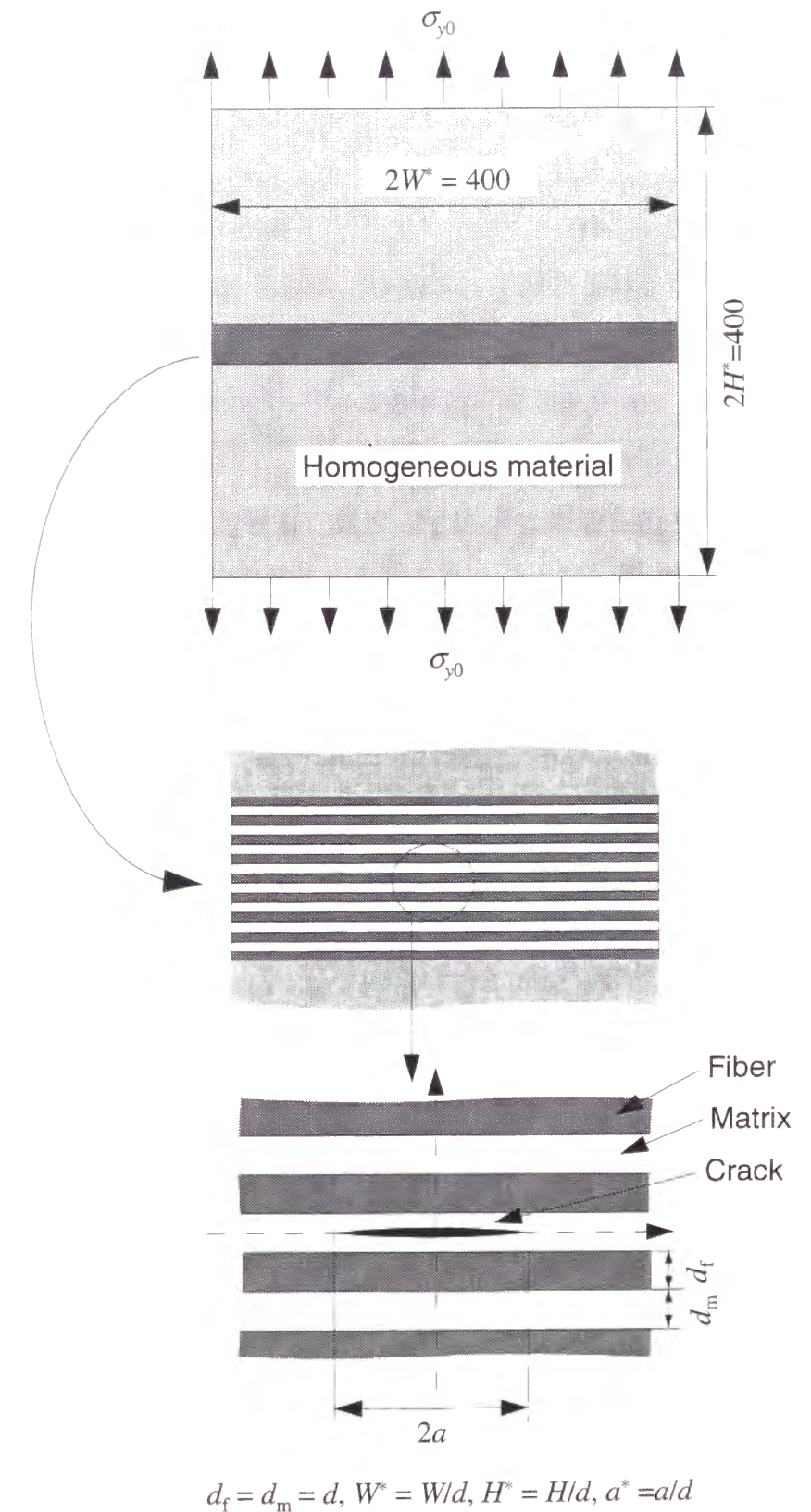


Fig.2-1 Composite plate with a center crack in matrix.

ては  $d$  で除して正規化した。

$$2W^* = \frac{2W}{d}, \quad 2H^* = \frac{2H}{d}, \quad a^* = \frac{a}{d} \quad (2-1)$$

$2W^*$  および  $2H^*$  はともに 400 とした。ただし、き裂から離れた部分のマクロ変形は均質直交異方性材料のそれと等価であるため、繊維層 7 層およびマトリックス層 8 層を  $y$  軸方向に交互に配し、その上下に均一直交異方性層を配置した。 $a^* = 0.1, 0.5, 0.75, 1, 2, 3, 5, 7, 10$  のき裂を平板中央のマトリックス中に配置した。なお、問題の対称性を考慮してモデルの  $1/4$  領域を解析した。

強化繊維とマトリックスの複合を均一直交異方性層で置き換えた影響を調べるため、別途、繊維層を 28 層、マトリックス層を 27 層まで増加させたモデルを用いた解析を行った。

解析は、2 次アイソパラメトリック要素を界面上およびき裂線上に配置する領域分割法を用いた[61]境界要素法により平面ひずみ条件下で行った。境界要素分割の一例 ( $a^* = 0.1$  の場合) を図 2-2 に示す。き裂先端応力特異場を精度よく解析するため、き裂先端では変位型の特異要素[62]を用い、要素長さ  $L$  のき裂長さに対する比  $L/a$  を  $2 \times 10^{-4}$  と十分短くした。基本解として中央部の積層板内では等方性材料に関する Kelvin の基本解[61]を、均質直交異方性材料内では Cruse らの解[63]を用いた。

## 2.2.2 応力拡大係数の評価方法

応力拡大係数は応力外挿法により評価した[64]。この方法は、 $\sigma_{y(\theta=0)}\sqrt{2\pi r}$  がき裂先端近傍で直線となることを利用し、

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{y(\theta=0)}\sqrt{2\pi r} \quad (2-2)$$

より  $K_I$  を評価する。ここで、 $r$  と  $\theta$  はき裂先端を原点とする極座標、 $\sigma_{y(\theta=0)}(r)$  は  $x$  軸上の  $y$  方向垂直応力である。ここでは、 $8.0 \times 10^{-4} < r/a < 2.5 \times 10^{-3}$  の計算結果を最

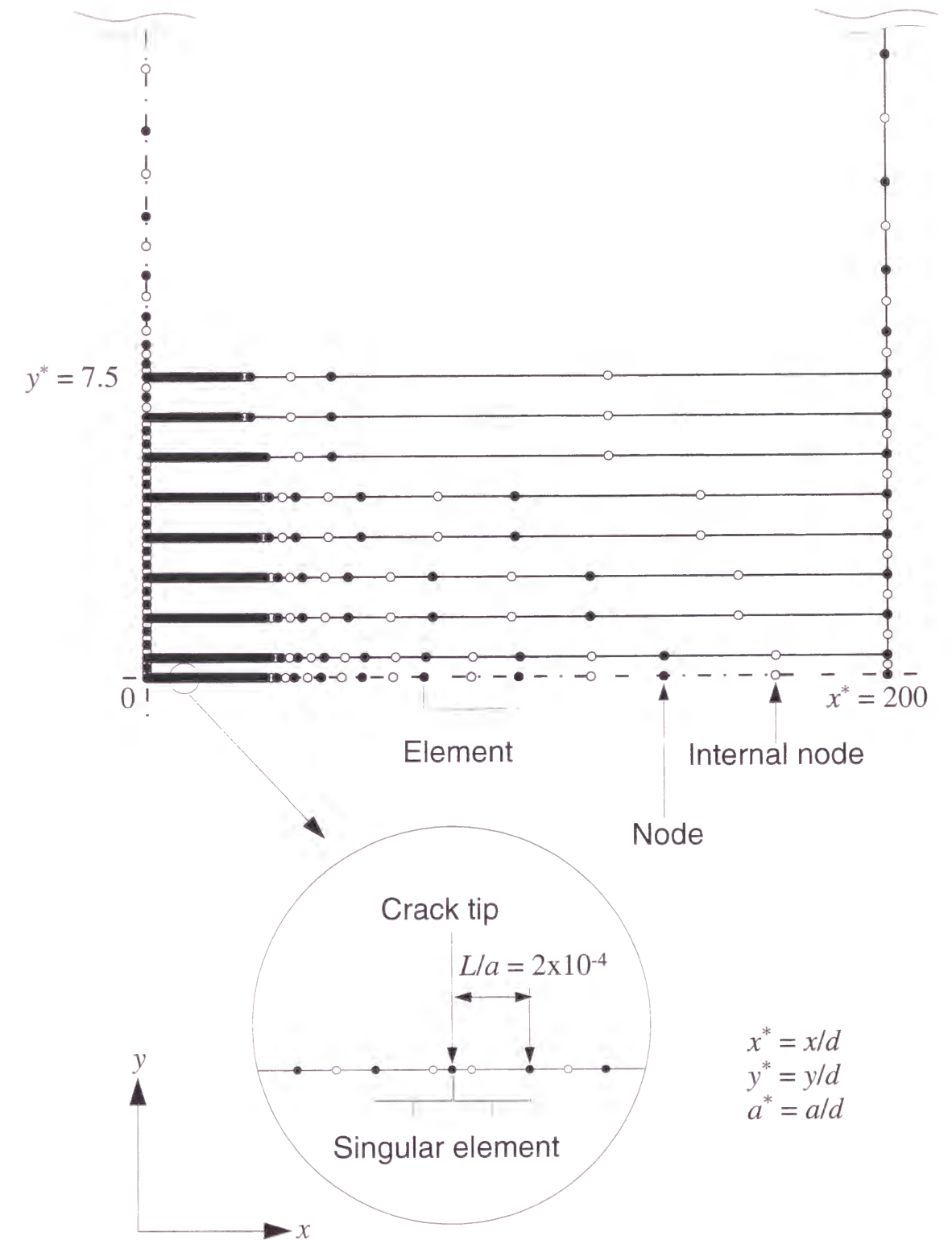


Fig.2-2 Boundary elements and nodes.

小 2 乗法近似により外挿して  $K_I$  を評価した。なお、予備計算として本研究で用いたものと同じ要素分割を用いて均質材料の応力拡大係数  $K_I$  を求めたところ、既に報告されている数値解[65]

$$K_I = f\left(\frac{a}{W}\right) \sigma_{y0} \sqrt{\pi a} \quad (2-3)$$

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \left\{ 1 - 0.025 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.06 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right\} \sqrt{\sec\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{W}\right)} \quad (2-4)$$

に対して相対誤差は 0.2% 以内であった。

## 2.3 解析結果および考察

### 2.3.1 き裂先端近傍の応力分布

$E_f/E_m = 3, 10, 100$  における  $a^* = 0.1, 1, 10$  の  $y$  軸方向垂直応力およびせん断応力の分布を図 2-3 および図 2-4 に示す。ここで、各応力値は、遠方の一様応力  $\sigma_{y0}$  によって

$$\sigma_y^* = \frac{\sigma_y}{\sigma_{y0}}, \quad \tau_{xy}^* = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_{y0}} \quad (2-5)$$

と無次元化した。 $a^* = 0.1$  の場合には  $\sigma_y^*$  の高応力域はマトリックス層内に限定されているが、 $a^* = 10.0$  の場合には高応力域が隣接する繊維層に達している(図 2-3)。 $E_f/E_m$  が大きくなるほど  $\sigma_y^*$  の高応力域は  $y$  方向への広がりが抑えられて  $x$  方向へ広がっている。一方、図 2-4 よりき裂が長くなるとともに  $\tau_{xy}^*$  は繊維層内に集中する。 $E_f/E_m$  が大きいほど集中の程度は大きくなり、 $E_f/E_m = 100$  では、 $\tau_{xy}^*$  の高応力域がマトリックス層を飛び越えて次の繊維層へと移っている。

図 2-5 は、繊維 28 層、マトリックス 27 層としたモデルの、 $E_f/E_m = 10$ 、 $a^* = 10$  の場合の  $\sigma_y^*$  分布 (図(a)) および  $\tau_{xy}^*$  分布 (図(b)) である。これらの分布は、図 2-3(b)

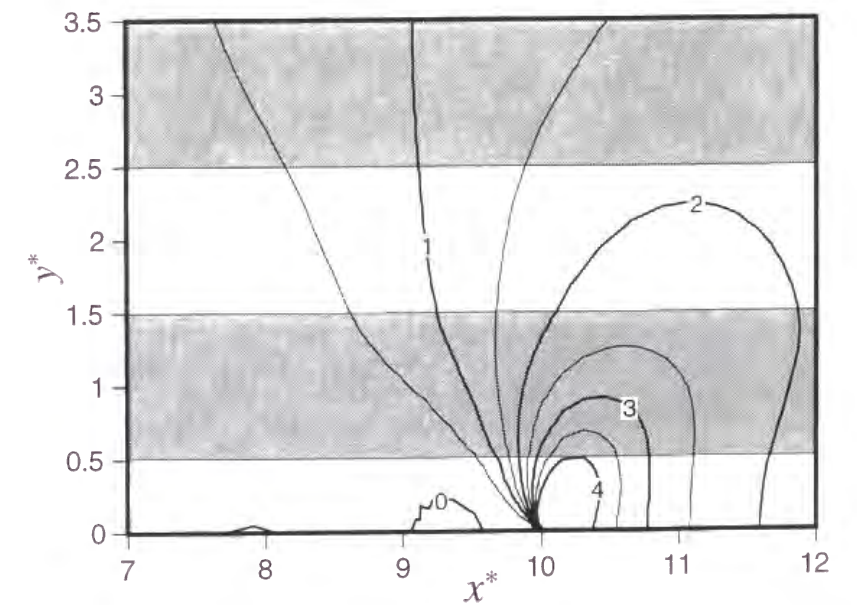
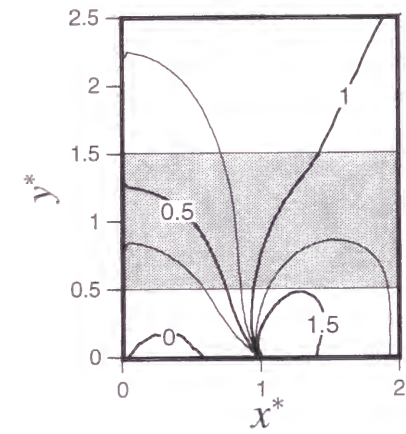
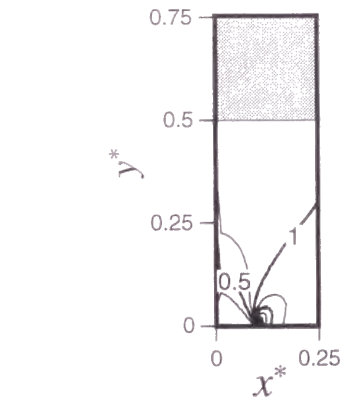


Fig.2-3(a) Contour of  $\sigma_y^*$  near the crack tip ( $E_f/E_m = 3$ ).

Top:  $a^* = 0.1$ , Middle:  $a^* = 1$ , Bottom:  $a^* = 10$



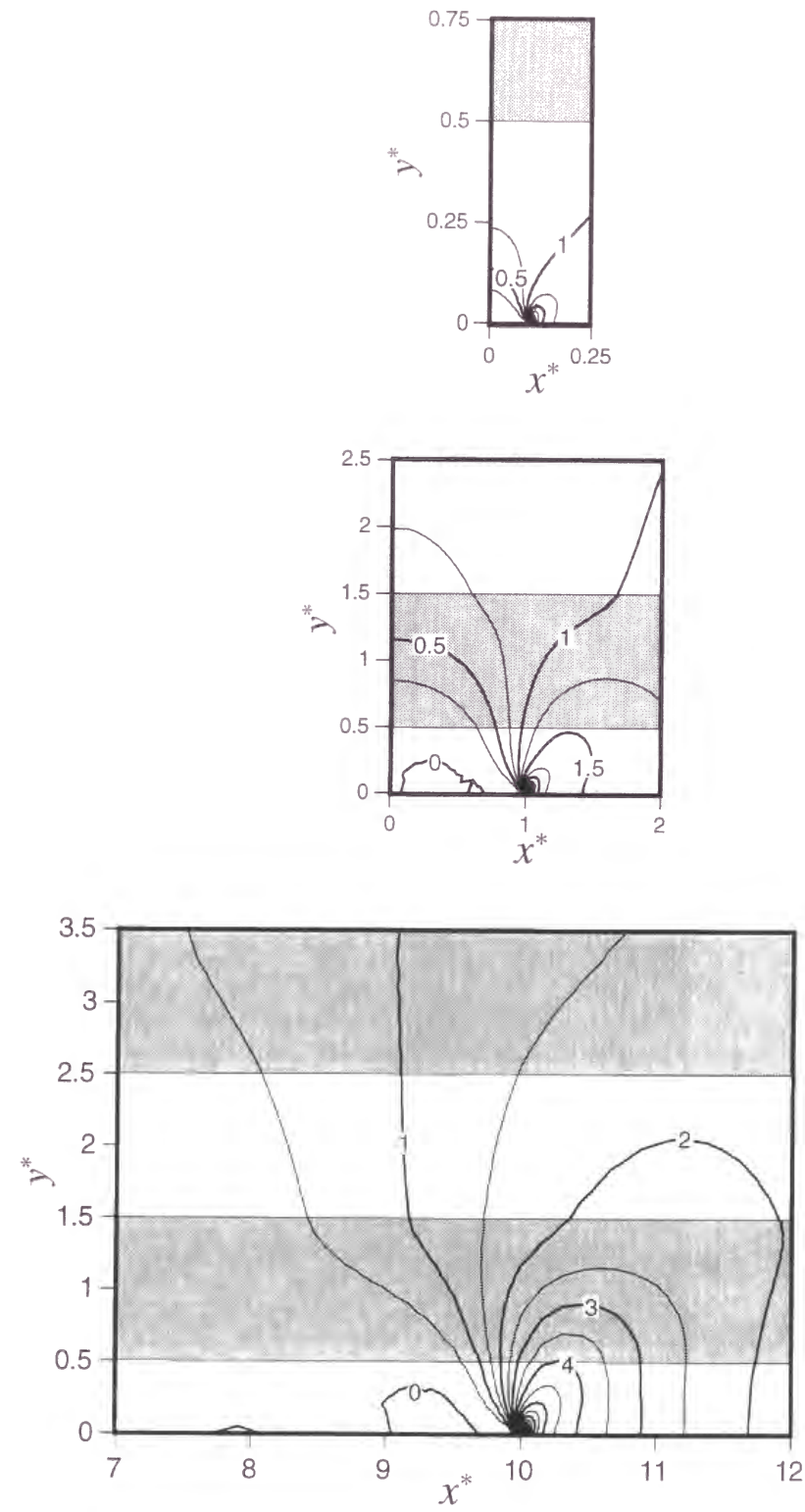


Fig.2-3(b) Contour of  $\sigma_y^*$  near the crack tip ( $E_f/E_m = 10$ ).  
Top:  $a^* = 0.1$ , Middle:  $a^* = 1$ , Bottom:  $a^* = 10$

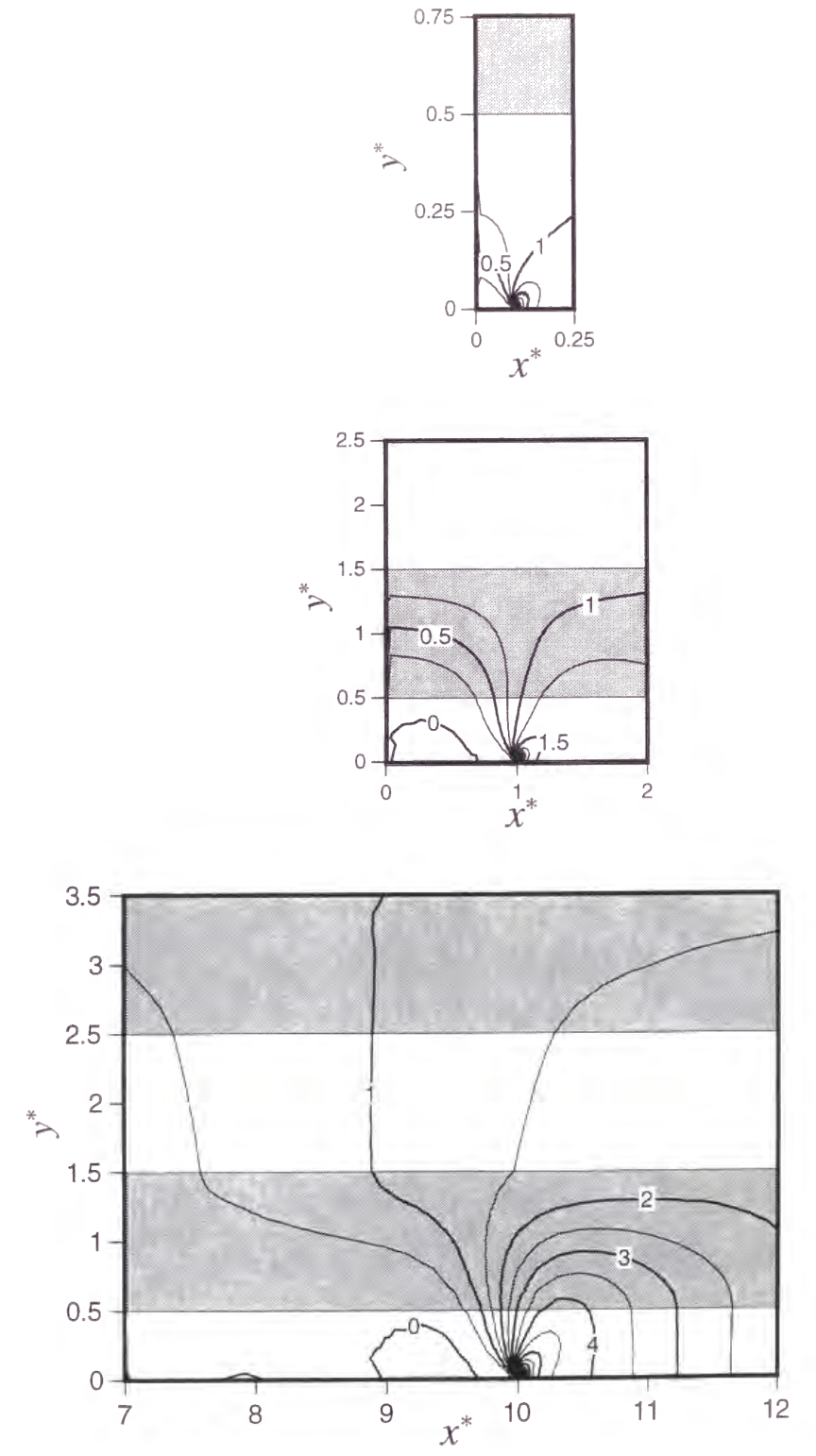


Fig.2-3(c) Contour of  $\sigma_y^*$  near the crack tip ( $E_f/E_m = 100$ ).  
Top:  $a^* = 0.1$ , Middle:  $a^* = 1$ , Bottom:  $a^* = 10$

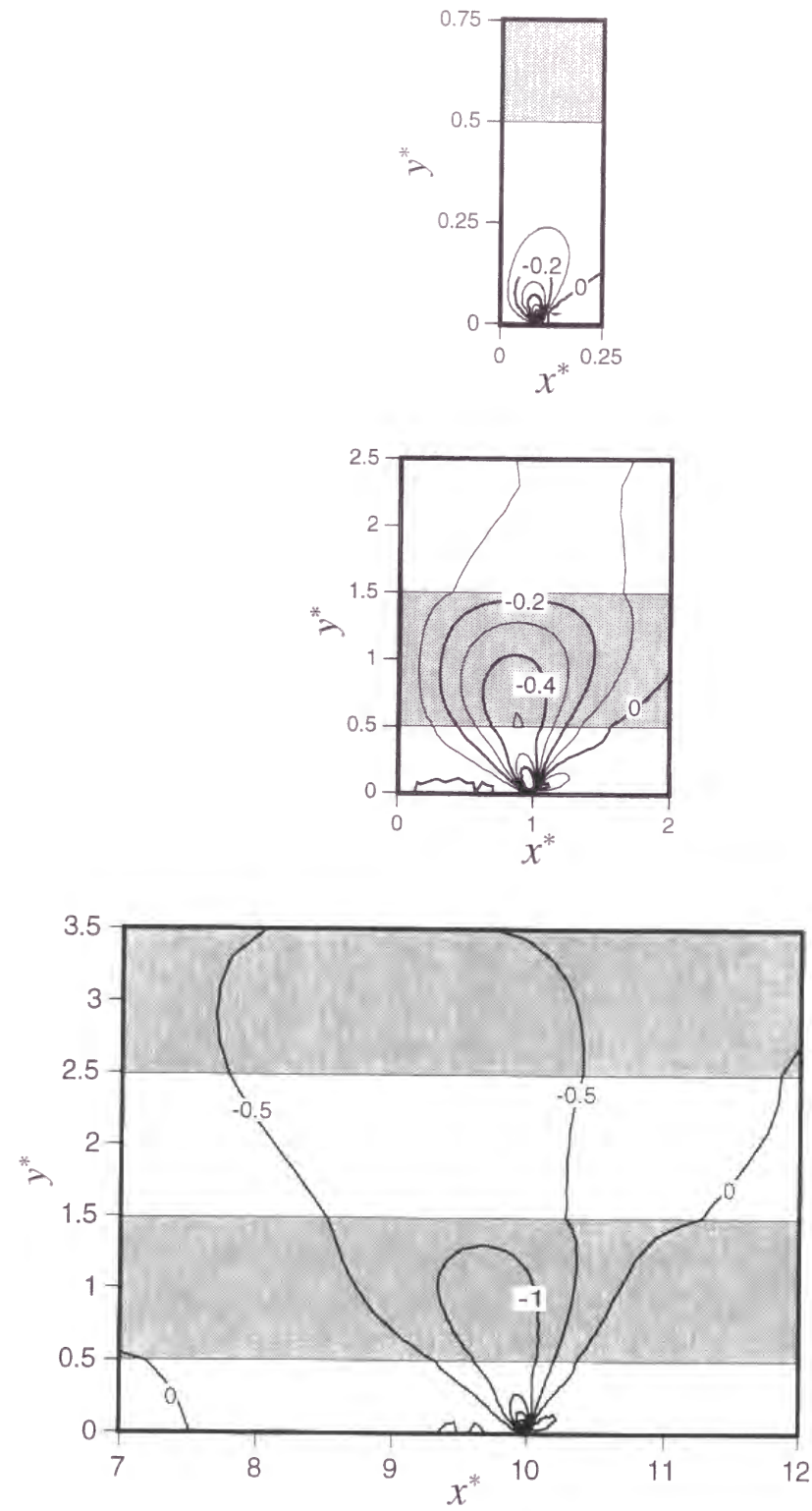


Fig.2-4(a) Contour of  $\tau_{xy}^*$  near the crack tip ( $E_f/E_m = 3$ ).  
Top:  $a^* = 0.1$ , Middle:  $a^* = 1$ , Bottom:  $a^* = 10$

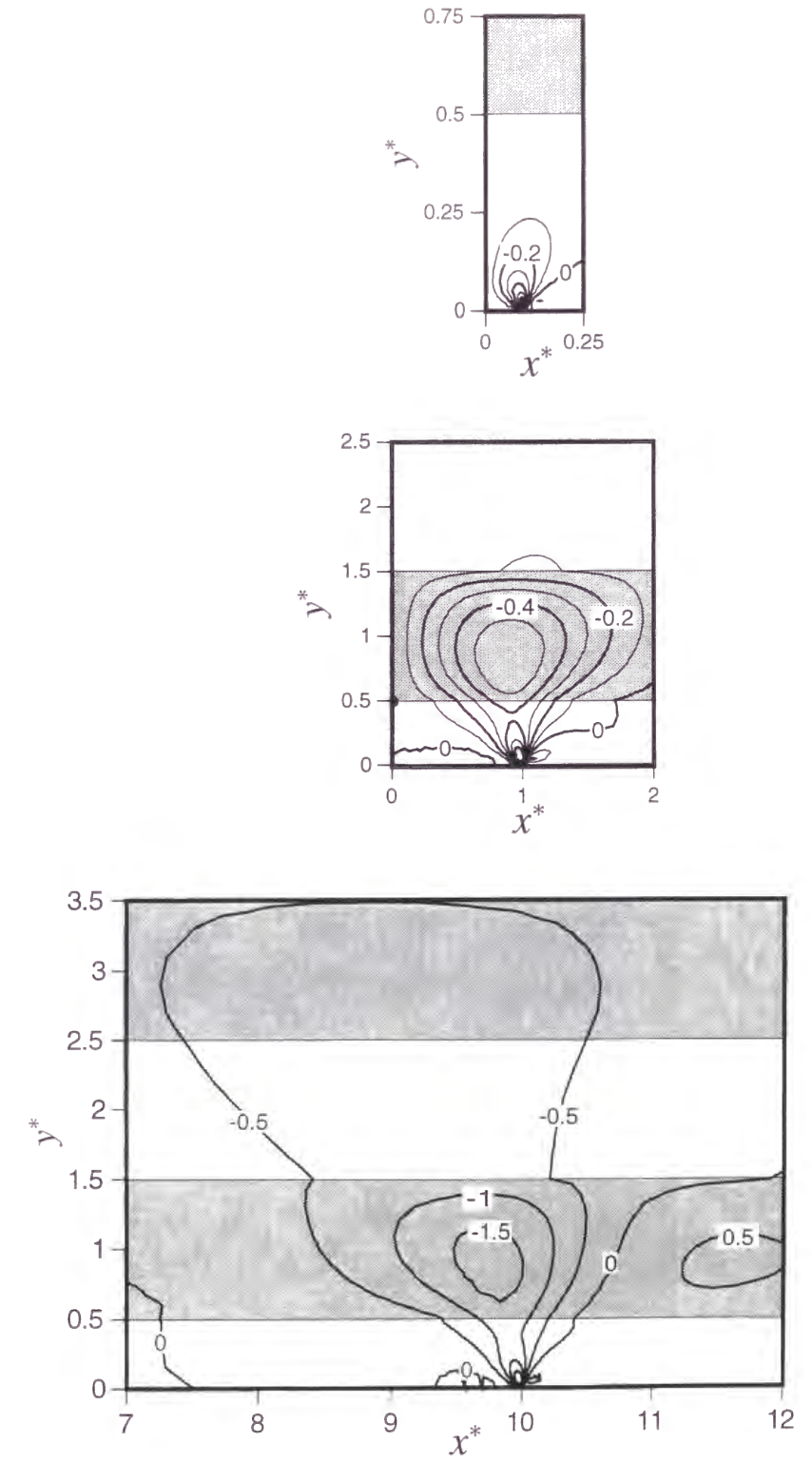


Fig.2-4(b) Contour of  $\tau_{xy}^*$  near the crack tip ( $E_f/E_m = 10$ ).  
Top:  $a^* = 0.1$ , Middle:  $a^* = 1$ , Bottom:  $a^* = 10$



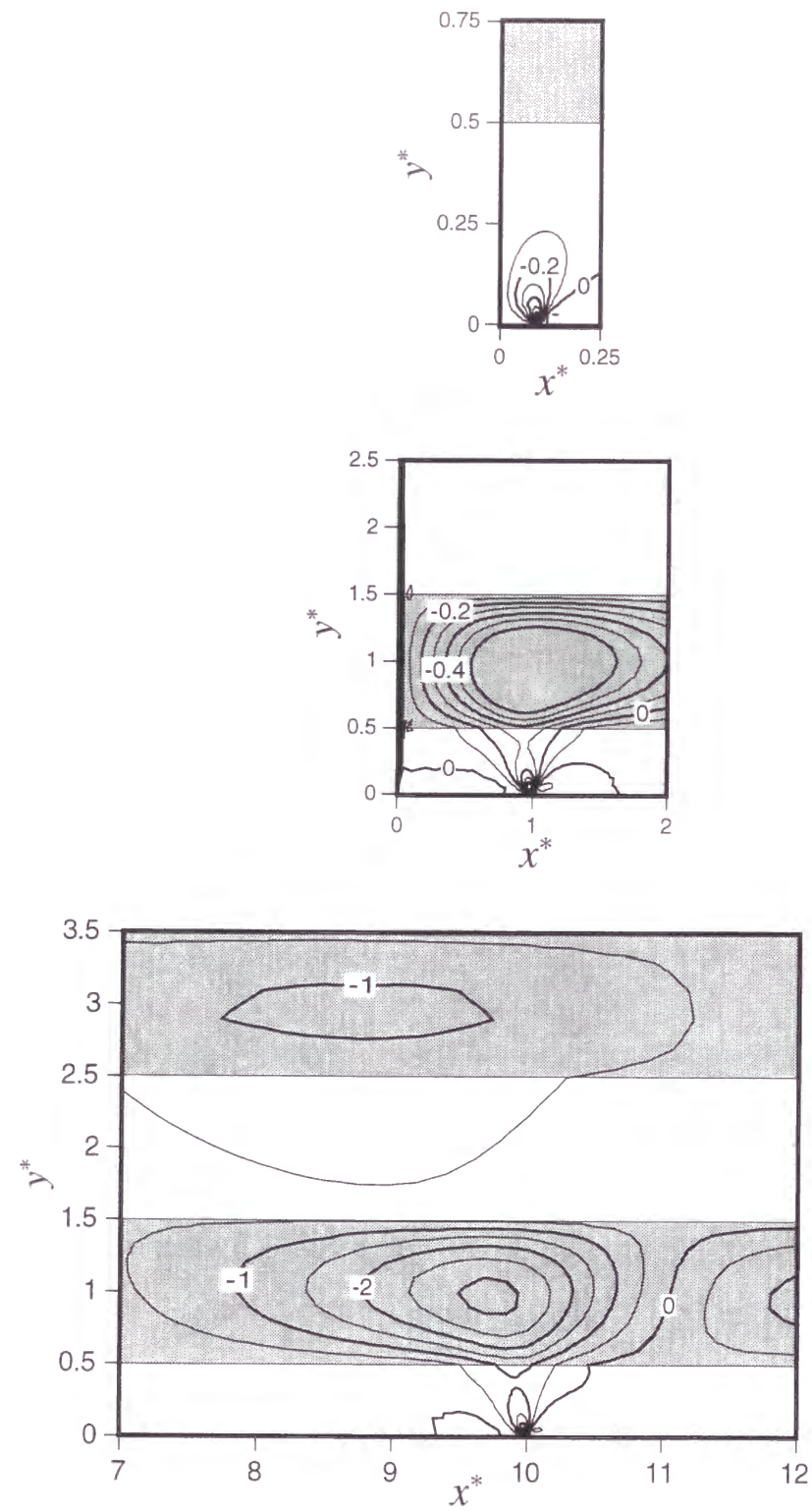
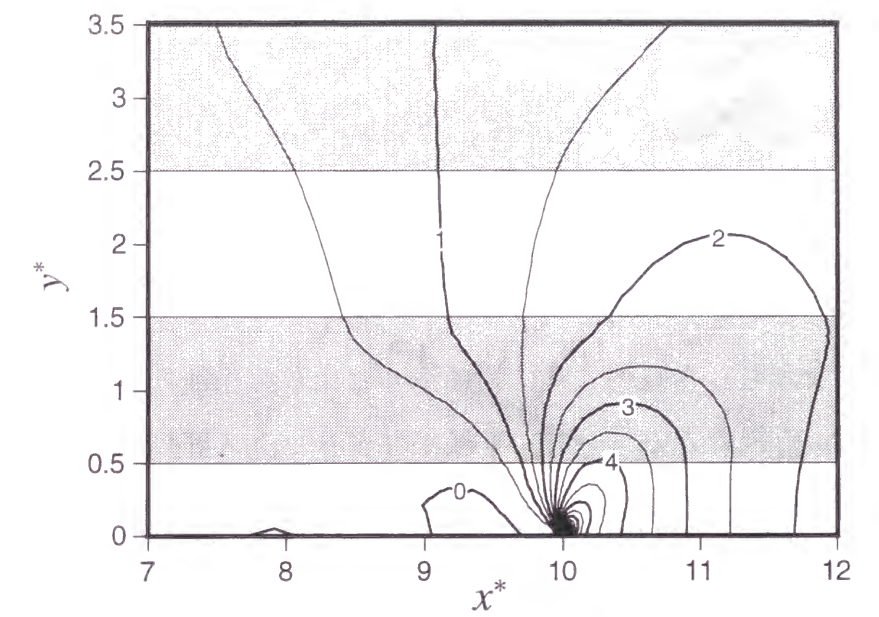
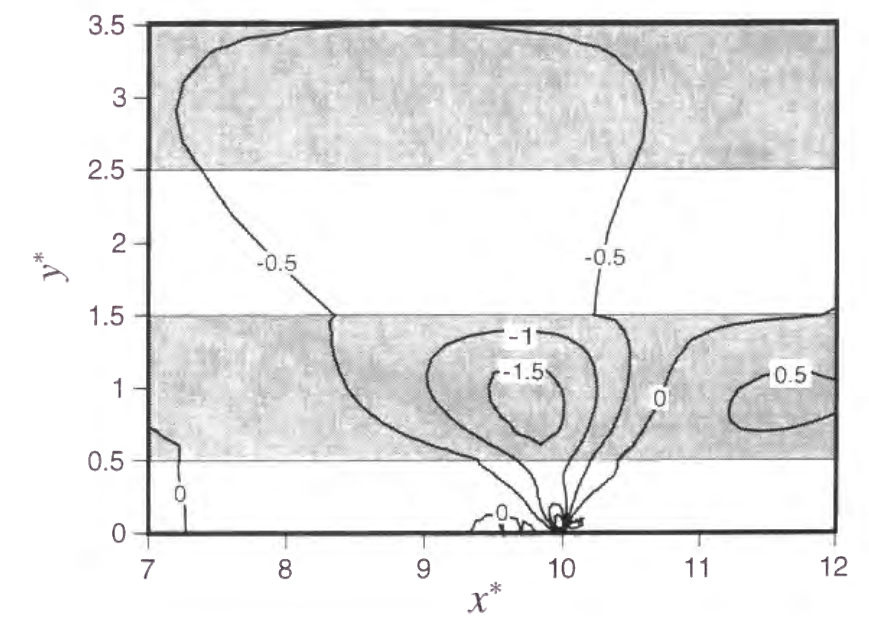


Fig.2-4(c) Contour of  $\tau_{xy}^*$  near the crack tip ( $E_f/E_m = 100$ ).  
Top:  $a^* = 0.1$ , Middle:  $a^* = 1$ , Bottom:  $a^* = 10$



(a)  $\sigma_y^*$ .



(b)  $\tau_{xy}^*$ .

Fig.2-5 Contour of  $\sigma_y^*$  and  $\tau_{xy}^*$  near the crack tip in a model with 28 fiber- and 27 matrix-layers ( $E_f/E_m = 10$ ,  $a^* = 10$ )

および図 2-4(b)に示した分布とほとんど相違がない。この結果は、繊維層 7 層およびマトリックス層 8 層でき裂先端近傍の応力を十分精度よく解析できることを示している。

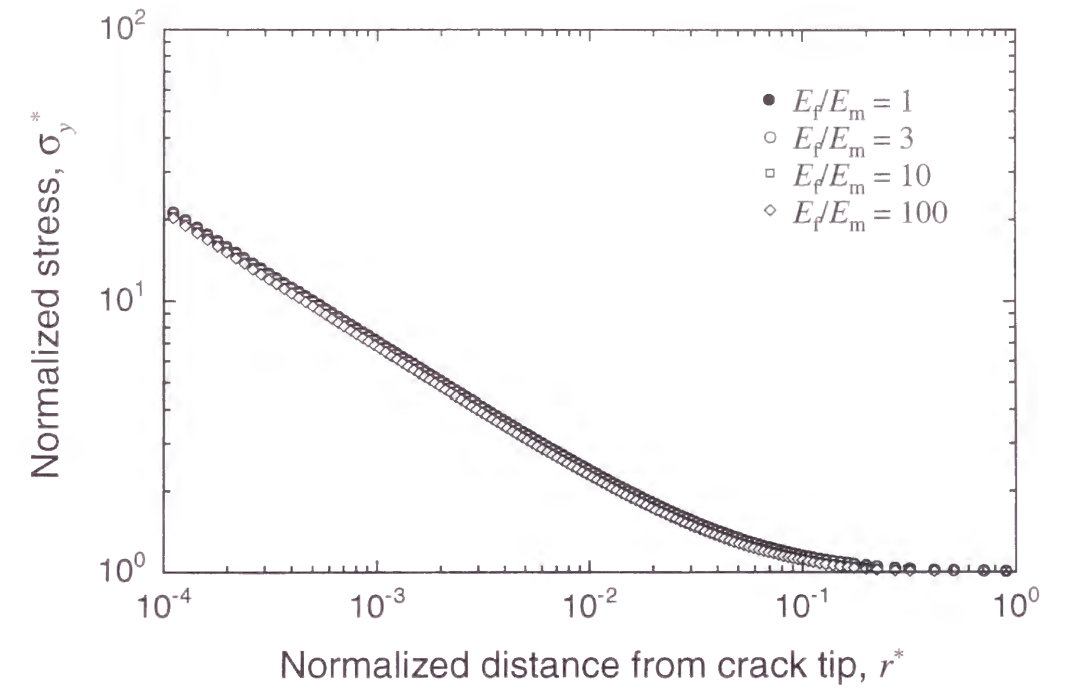
き裂前方の $\sigma_y^*$ の分布を図 2-6 に示す。ただし、 $r^* = r/d$  はき裂先端からの無次元化距離である。き裂が  $d$  に比べて小さい  $a^* = 0.1$  の場合（図(a)）には、 $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  はき裂先端から  $r^{1/2}$  に比例して減少し、一定応力に漸近する。また、 $E_f/E_m$  に対する依存性も認められない。この応力分布は、マトリックス単体中のき裂先端近傍応力分布と同じである。すなわち、き裂が非常に短い場合にはき裂先端近傍の応力分布に及ぼす繊維層の影響が無視できる。一方、き裂がマトリックス層の厚さに比べて長い場合には、図 (b) に示すように、 $r^* < 0.1$  では  $r^{1/2}$  の応力特異性が認められるが、 $E_f/E_m$  によりその特異場の強さが異なっている。 $E_f/E_m$  が大きくなるほどその強さは小さくなることから、繊維層による拘束の影響であることがわかる。また、 $r^* = 1.0$  付近において  $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  の分布にうねりが生じており、 $E_f/E_m$  が大きいほどこのうねりは大きくなる。なお、このうねりは、長いき裂を有する双片持ちはり（DCB）試験片に対する解析[66]でも確認されている。

### 2.3.2 応力拡大係数の変化

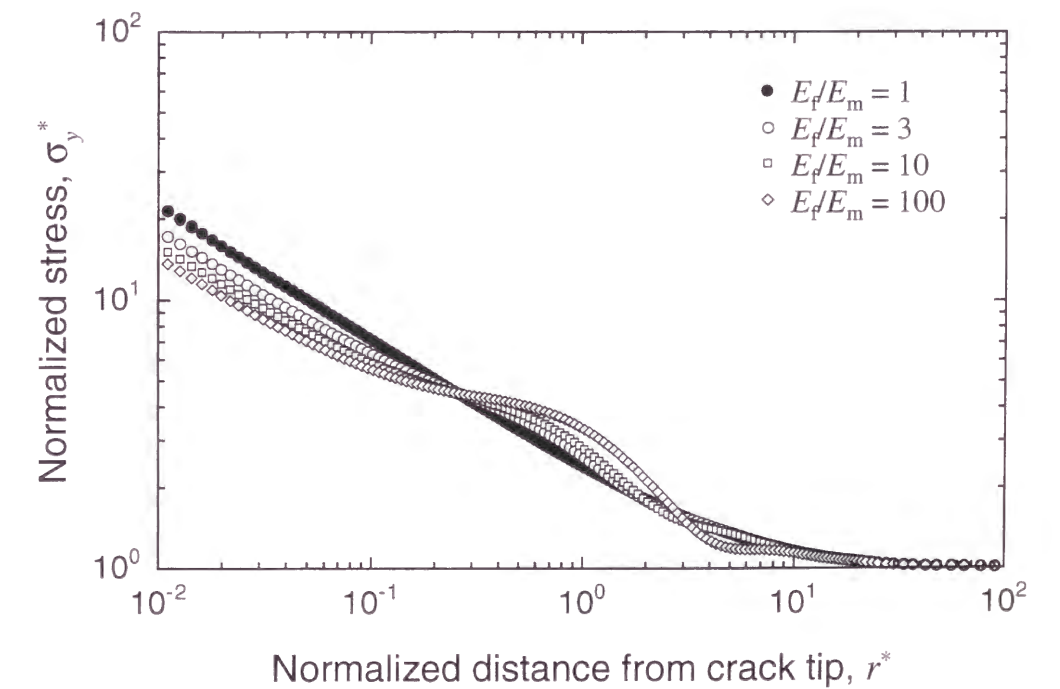
無次元化応力拡大係数  $K_I^*$  とき裂半長  $a^*$  の関係を図 2-7(a) に示す。 $K_I^*$  は  $K_I$  を同一形状・寸法き裂を有する均質直交異方性材料に対する応力拡大係数  $K_{Ib}$  で無次元化したものである。ただし、 $K_{Ib}$  はマトリックス単体中のき裂に対する応力拡大係数  $K_{I0}$  にほぼ等しく、次式の関係が成立する。

$$K_I^* = \frac{K_I}{K_{Ib}} \equiv \frac{K_I}{K_{I0}} \quad (2-6)$$

き裂が非常に小さい場合（ $a^* = 0.1$ ）には、無次元化応力拡大係数の値はほぼ 1 であり、複合材料中のき裂の応力拡大係数は均質等方性材料中のき裂のそれと同じである。このように周囲の繊維層による拘束が  $K_I^*$  に及ぼす影響をほとんど無視できる



(a)  $a^* = 0.1$ .



(b)  $a^* = 10$ .

Fig.2-6 Distribution of  $\sigma_y^*$  along  $x$ -axis.

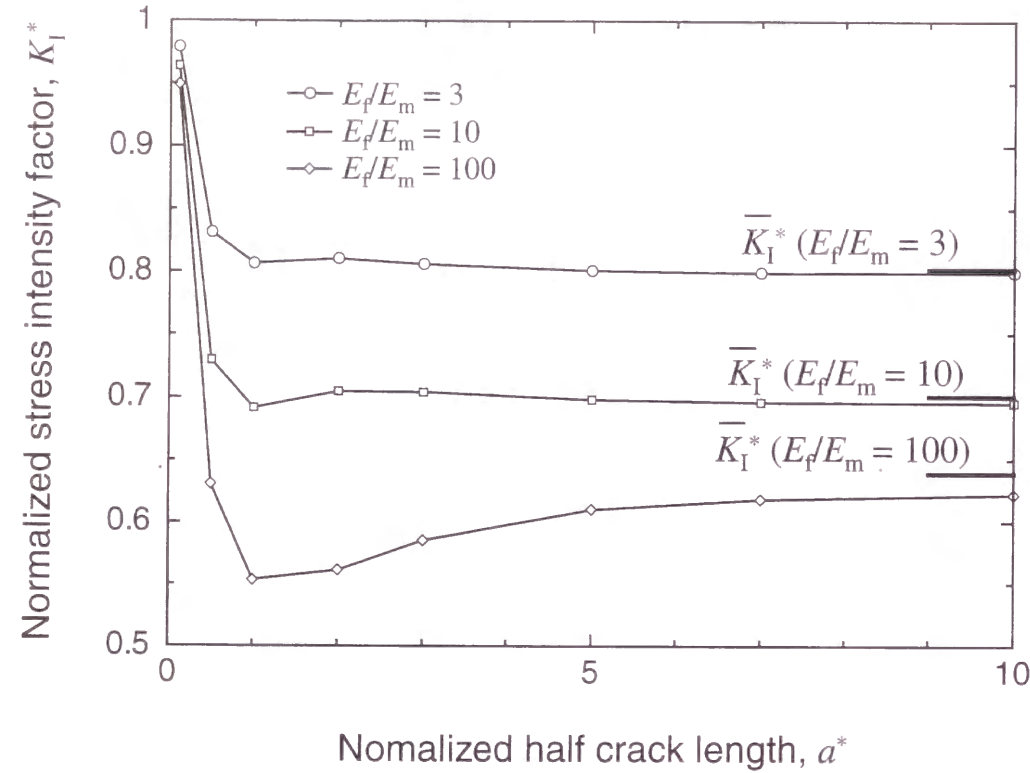


Fig.2-7 Relationship between normalized stress intensity factor,  $K_I^*$ , and normalized half crack length,  $a^*$ .

き裂を「複合材料的微視き裂」と称することにする。一方、き裂が大きくなるにしたがって  $K_I^*$  は低下する。低下の割合は、 $E_f/E_m$  が大きいほど大きい。き裂半長  $a$  がほぼ層間厚さ  $d$  に等しくなったとき ( $a^* \cong 1$ ) に極小値をとる。また、その  $K_I^*$  値はヤング率の比が大きいほど減少幅が大きい。

き裂半長が繊維層厚さに比べて十分大きくなると、 $K_I^*$  は一定値に収束する傾向がある。ただし、収束するき裂長さはヤング率比によって異なっており、 $E_f/E_m = 3$  では  $a^* = 3$  付近で収束しているにもかかわらず、 $E_f/E_m = 100$  では  $a^* = 10$  においても収束していない。この  $K_I^*$  が一定値に収束したき裂を「複合材料的巨視き裂」と称することにする。

### 2.3.3 複合材料的巨視き裂の応力拡大係数

複合材料とマクロな変形挙動が同じになるように弾性定数を定めた均質直交異方

体（付録 A）の中央き裂平板に一様応力  $\sigma_{y0}$  が負荷された場合、平面ひずみ状態におけるエネルギー解放率  $G_{lh}$  は

$$G_{lh} = H_1 K_{lh}^2 \quad (2-7)$$

$$H_1 = \sqrt{\frac{b_{11}b_{22}}{2}} \left( \sqrt{\frac{b_{22}}{b_{11}}} + \frac{2b_{12} + b_{66}}{2b_{11}} \right)^{1/2} \quad (2-8)$$

より評価できる[67]。ここで、 $b_{11}$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{22}$ ,  $b_{66}$  は平面ひずみ条件下における直交異方性材料のコンプライアンスで、その弾性定数  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{yz}$ ,  $\nu_{zx}$ ,  $G_{xy}$  を用いて次のように表わされる。

$$b_{11} = \frac{1}{E_x} - \frac{\nu_{zx}^2}{E_z} \quad (2-9)$$

$$b_{12} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x} - \frac{\nu_{zx}\nu_{yz}}{E_y} \quad (2-10)$$

$$b_{22} = \frac{1}{E_y} - \frac{E_z\nu_{yz}^2}{E_y^2} \quad (2-11)$$

$$b_{66} = \frac{1}{G_{xy}} \quad (2-12)$$

一方、図 2-1 に示した解析モデル中のき裂のエネルギー解放率は次式より求めることができる[68]。

$$G_I = \frac{K_I^2(1-\nu_m^2)}{E_m} \quad (2-13)$$

ここで、き裂が十分長い場合には複合材料中き裂のエネルギー解放率  $G_I$  が均質直交異方材料中き裂のエネルギー解放率  $G_{lh}$  に一致すると仮定すると、式 (2-7) (2-13) より次式が得られる。



$$K_I^* = \frac{K_I}{K_{Ih}} = \sqrt{\frac{H_1 E_m}{1 - \nu_m^2}} \quad (2-14)$$

式 (2-14) より求めた値を図 2-7 右端に  $\bar{K}_I^*$  として示した。  $E_f/E_m = 3$  の場合には、式 (2-14) より求めた  $\bar{K}_I^*$  と  $a^* = 10$  における  $K_I^*$  はよく一致している。その他の場合においても、き裂が長くなるとともに  $K_I^*$  は  $\bar{K}_I^*$  に近づいている。このように複合材料的巨視き裂の  $K_I^*$  は式 (2-14) より推定することができる。

### 2.3.4 複合材料的微視き裂から複合材料的巨視き裂への遷移

Erdogan と Gupta は図 2-8 上に示すき裂を有するマトリックス層を硬い層（高  $E_2$ ）ではさみこんだサンドイッチ構造無限体に垂直応力を負荷した場合の応力拡大係数を評価している[22]。それによれば、図 2-8 下に模式的に示すようにき裂長さが長くなるとともに  $K_I^*$  は減少し、き裂がマトリックス層に比べて十分長くなると  $E_m(1-$

$\nu_f^2)/E_f(1-\nu_m^2)$  に漸近する。この結果は、複合材料における初期の  $K_I^*$  の減少は隣接する繊維層の拘束によるものであることを示している。ただし、図 2-8 の場合では、き裂が長くなるとともに  $K_I^*$  は単調に減少し、 $E_f/E_m = 100$ ,  $\nu_f = \nu_m = 0.3$  の場合には 0.01 に漸近する。

一方、複合材料の場合には、減少して一度下限値を示した後に増加に転ずること、漸近値が Erdogan らの解よりはるかに大きいことが、図 2-8 の結果との大きな相違である。 $a^*$  が比較的小さい場合には、隣接する繊維の影響のみが現れて図 2-8 と同様に  $K_I^*$  が減少するが、 $a^*$  が 1 に近づくとき裂先端の高応力域が隣接繊維層を越えて次のマトリックス層に達するため拘束が緩和される。したがって、高応力域が隣接繊維層を越える直前に拘束が最大となり、 $K_I^*$  が下限値を示すものと考えられる。図 2-9 は、複合材料的微視き裂から巨視き裂への遷移における応力拡大係数の変化とき裂先端近傍の高応力域とを対応させて模式的に示したものである。このように微視的な拘束によって応力拡大係数が変化することが、複合材料中の小さなき裂の特徴である。

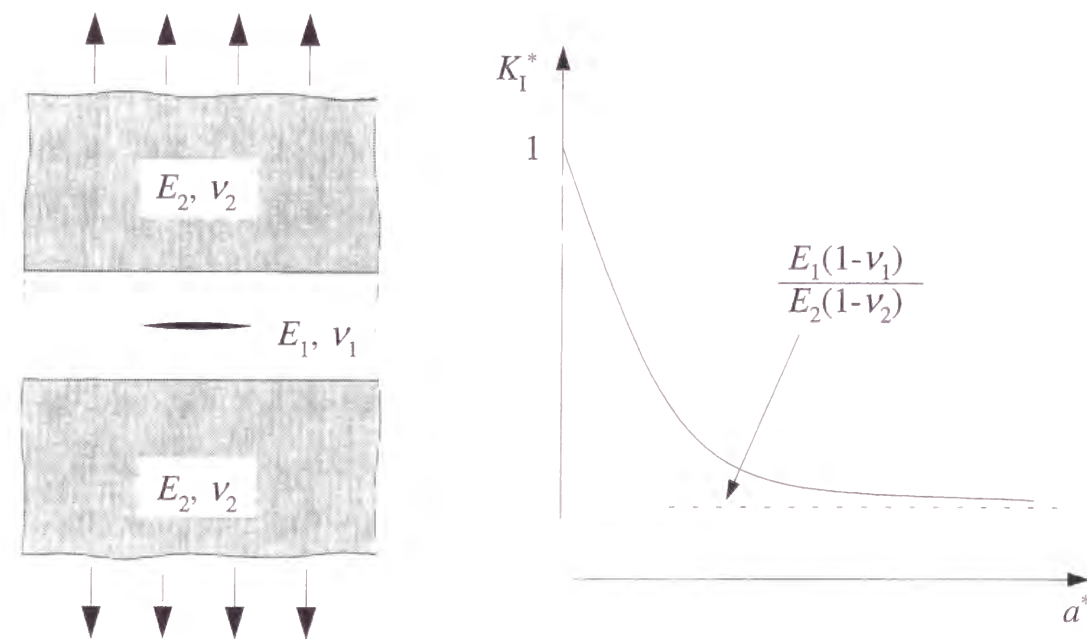


Fig.2-8 Sandwiched structure with a crack and its stress intensity factor analyzed by F. Erdogan and G. Gupta[22].

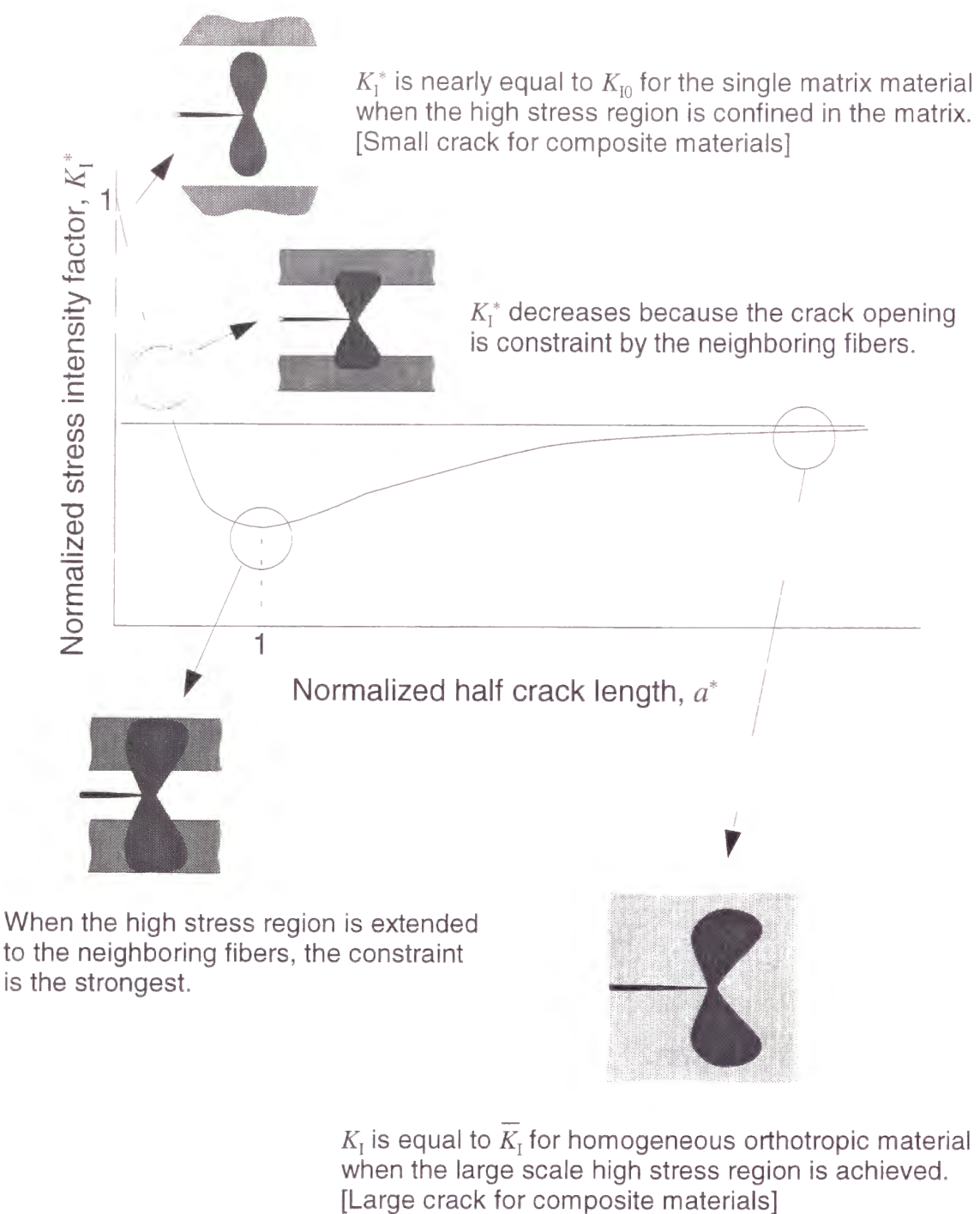


Fig.2-9 Schematic illustration explaining change in the stress intensity factor during the transition from small crack to large crack in composite materials.

## 2.4 結言

本章では，一方向繊維強化複合材料におけるマトリックス層内き裂について 2 次元境界要素法による弾性応力解析を行い，き裂先端の応力特異場に及ぼす繊維とマトリックスの複合効果について検討した．得られた結果は以下のように要約できる．

- (1) き裂が繊維層やマトリックス層厚さに比して短いときには，き裂先端近傍の応力場は隣接する繊維層の影響をほとんど受けない（複合材料的微視き裂）．したがって，その応力拡大係数  $K_I$  はマトリックス単一材料中き裂の応力拡大係数  $K_{I0}$  とほぼ一致する．
- (2) き裂が長くなると，繊維層による拘束によってき裂線上の  $y$  軸方向垂直応力分布にうねりが生じるとともに， $K_{I0}$  で除した無次元化応力拡大係数  $K_I^*$  の値は低下する．き裂半長がほぼ層厚さと同程度 ( $a^* \cong 1$ ) となったときに  $K_I^*$  は最小となり，それ以上き裂が長くなると  $K_I^*$  は増加し，一定値に収束する．一定の部分複合材料的巨視き裂である．
- (3) 長いき裂に対する  $K_I^*$  の収束値は，複合則によりマクロな変形が一致するように弾性定数を定めた均質直交異方性材料中に存在するき裂のエネルギー解放率より推定することができる．

### 第3章 板中央における界面き裂の特異応力場解析

#### 3.1 緒言

異なる複数の材料を接合すると、接合界面の強度は一般に構成材料のそれに比べて低くなることが多い。そのため、繊維とマトリックスの界面が破壊の起点あるいは経路となることがある。前章では、マトリックス中き裂について、繊維による変形拘束がき裂先端近傍の応力場に及ぼす影響について検討したが、複合材料中の界面き裂先端近傍応力場に関しても同様の複合の影響があると考えられる。

本章では、繊維に垂直な引張荷重が作用する積層板中央に界面き裂が存在する場合について弾性解析を行い、き裂先端近傍の応力特異場およびその支配力学量である応力拡大係数のき裂長さに対する変化について検討した。

#### 3.2 解析方法

##### 3.2.1 解析モデル

複合材料の中央界面上に単一き裂がある場合（図 3-1）と、中央のすべての界面上に同一寸法の平行なき裂群がある場合（図 3-2）の2つのモデルについて解析を行った。モデルは第2章と同様、2種類の材料を交互に重ねあわせた2次元積層板であり、解析は、第2章と同様の領域分割法を用いた境界要素法によって行った。き裂先端を含む要素は、き裂半長  $a$  に対する要素長さ比  $L/a$  を  $2 \times 10^{-5}$  とし、2章のマトリックスき裂モデルよりも小さくした。また、各値は2章と同様の無次元化を行った。長さの次元を有する量は層厚さ  $d$  で、応力は負荷応力  $\sigma_{y0}$  で、応力拡大係数は均質直交異方性体の応力拡大係数  $K_{\text{II}}$  で無次元化して、各記号の右肩に \* をつけて表示した。なお、\* がない記号は有次元のものである。

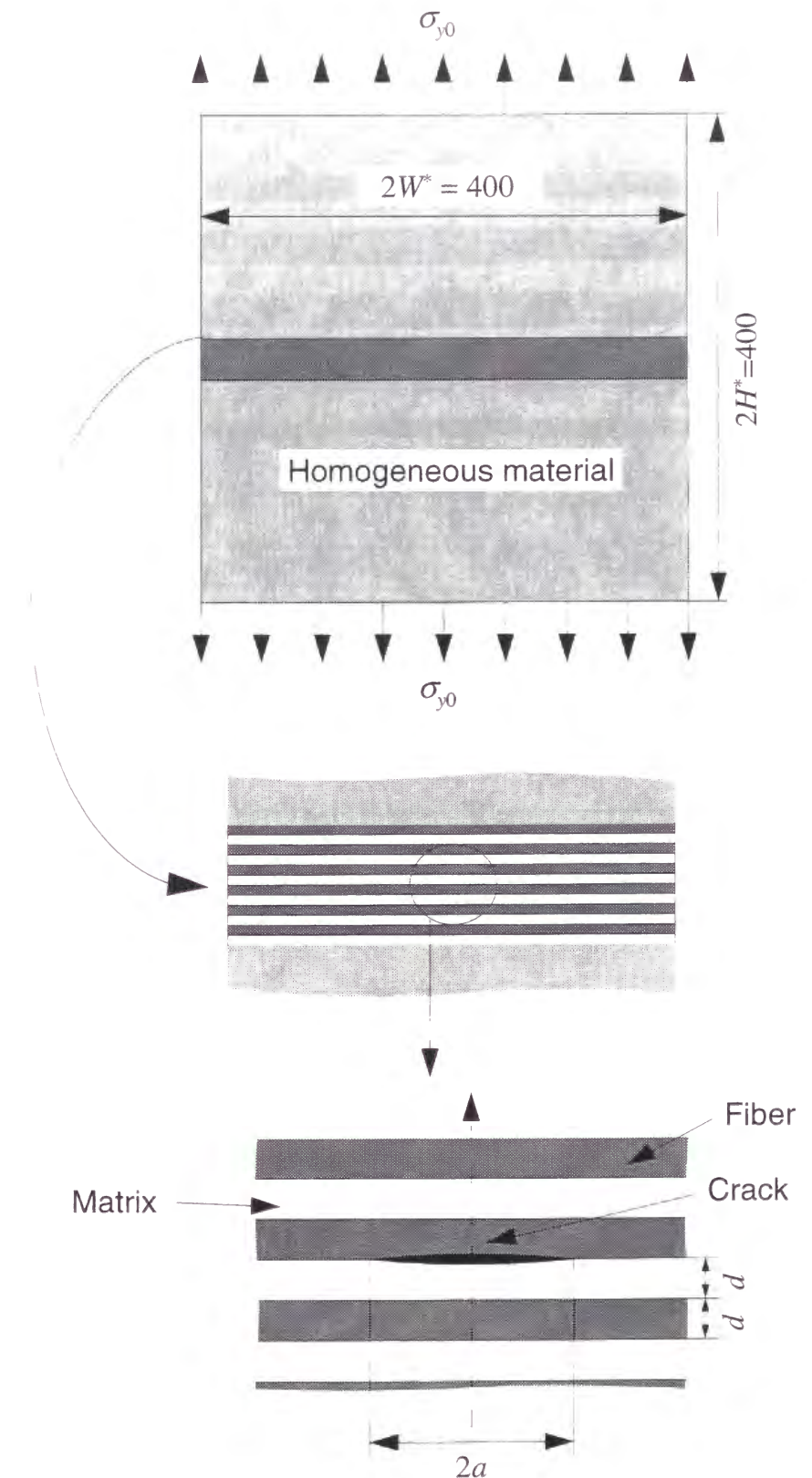


Fig.3-1 Composite plate with an inner interface crack.



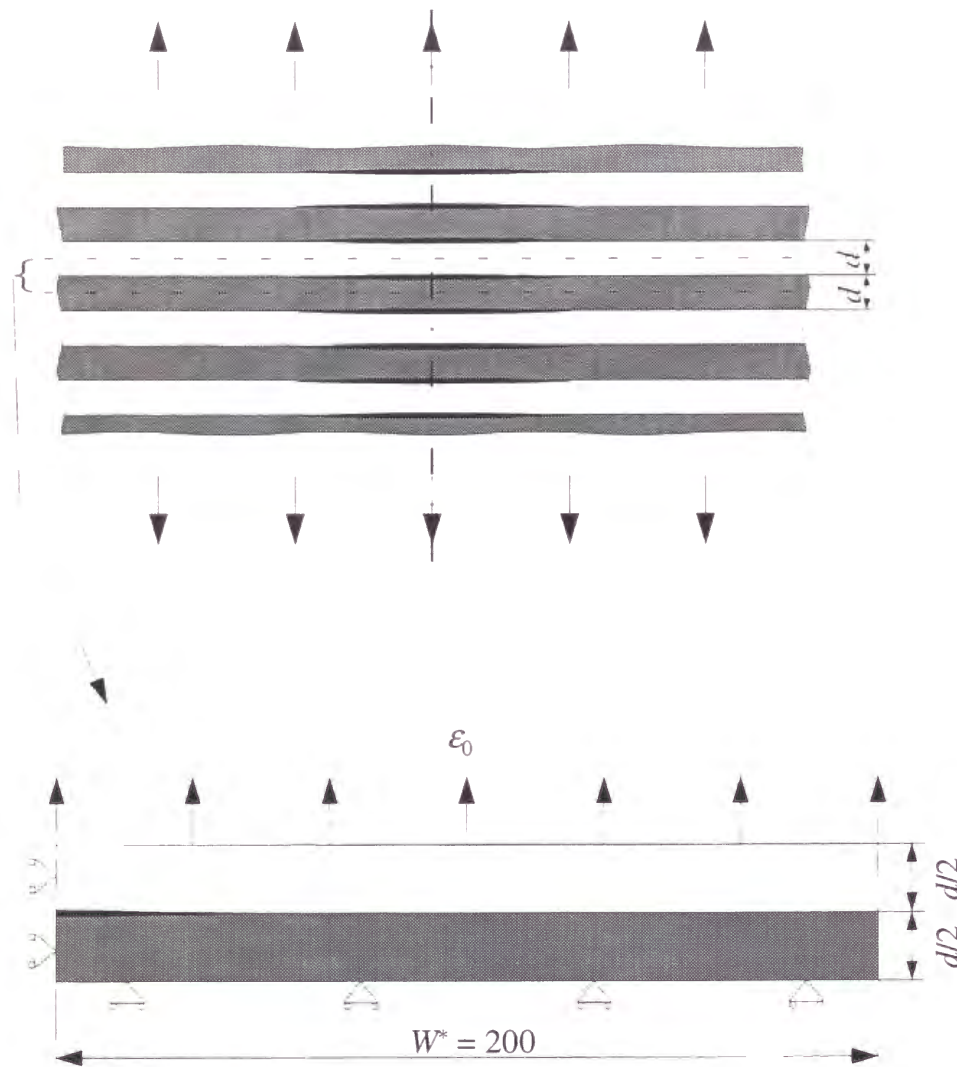


Fig.3-2 Composite plate with multiple inner interface cracks.

#### (1)単一き裂モデル

第2章と同様に、等方性の強化繊維層（高ヤング率層，ヤング率  $E_f$ ，ポアソン比  $\nu_f$ ），マトリックス層（低ヤング率層，ヤング率  $E_m$ ，ポアソン比  $\nu_m$ ），および，均質直交異方性材料からなる．各層の厚さを  $d$  とし，平板中央部に繊維層6層とマトリックス層6層を交互に配し，その上下に均質直交異方性材料を配した．ヤング率比を  $E_f/E_m = 1, 3, 10, 100$ ，ポアソン比を  $\nu_f = \nu_m = 0.3$  とし，直交異方性材料の弾性定数は積層複合材料とマクロな変形が一致するように定めた（付録A参照）．無次元化板幅  $2W^*$

( $= 2W/d$ ) と高さ  $2H^*$  ( $= 2H/d$ ) を400とし，一様引張応力  $\sigma_{y0}$  を上下端に負荷した．この平板中央の界面上に無次元化半長  $a^* = a/d = 0.1, 0.5, 0.75, 1, 2, 3, 5, 7, 10$  のき裂を導入した．また，繊維層とマトリックス層をそれぞれ14層とした場合についても解析を行い，応力拡大係数やき裂先端近傍の応力分布に相違がないことを確認している．

#### (2)多数き裂モデル

繊維強化複合材料では多数の微小なき裂が密集して発生することがある（6章参照）．この場合のき裂間相互作用について検討するため，全ての界面上に同一長さのき裂を有する積層板の解析を行った．

### 3.2.2 界面き裂の応力拡大係数

#### 3.2.2.1 界面き裂先端の応力場

2つの異なる材料（ヤング率を  $E_1, E_2$ ，ポアソン比を  $\nu_1, \nu_2$  とする）が接合された界面上にき裂がある場合，その先端近傍での応力分布は複雑な形となる[37]．界面上の特異応力分布は次式で表される[26-31,37,40]．

$$\sigma_{y(\theta=0)} + i\tau_{xy(\theta=0)} = \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2\pi r}} \left( \frac{r}{l} \right)^{i\varepsilon} \quad (3-1)$$

ここで， $K_1 + iK_2$  は界面き裂の複素応力拡大係数， $(r, \theta)$  はき裂先端を原点とする極座標（ $r$  はき裂先端からの距離）， $\sigma_{y(\theta=0)}$  および  $\tau_{xy(\theta=0)}$  は界面上の  $y$  方向垂直応力および面内せん断応力である．上式からわかるように，界面き裂先端の応力分布は振動特異性を有する． $l$  は応力特異場の振動項を無次元化するための基準長さで，以降ではとくにことわらないかぎり  $l = 2a$  とする．また， $\varepsilon$  は次式に示す2つの材料の組み合わせによって決まるバイマテリアル定数である．

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{\frac{\kappa_1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}}{\frac{\kappa_2}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1}} \right) \quad (3-2)$$

$$\kappa_i = \begin{cases} 3 - 4\nu_i & (\text{plain stress}) \\ \frac{3 - \nu_i}{1 + \nu_i} & (\text{plain strain}) \end{cases} \quad (i = 1, 2) \quad (3-3)$$

ここで、 $\mu_1$  および  $\mu_2$  はせん断弾性係数である。

### 3.2.2.2 応力拡大係数の評価方法

結城ら[40,70-73]は、界面き裂先端の振動特異性を考慮した応力拡大係数の評価法を提案している。本研究では、その一つである下式の応力法・分離法によって応力拡大係数を評価した[73]。

$$K_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{2\pi r} \left( \sigma_{y(\theta=0)} \cos Q + \tau_{xy(\theta=0)} \sin Q \right) \right\} \quad (3-4)$$

$$K_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{2\pi r} \left( \tau_{xy(\theta=0)} \cos Q - \sigma_{y(\theta=0)} \sin Q \right) \right\} \quad (3-5)$$

$$Q = \varepsilon \ln(r/l) \quad (3-6)$$

式 (3-4) および (3-5) の  $\{ \}$  内はき裂先端近傍で  $r$  の一次関数となる。ここでは、 $1.0 \times 10^{-4} < r^* < 1.0 \times 10^{-3}$  の計算結果を最小 2 乗法近似し、それを  $r=0$  へ外挿し応力拡大係数を評価した。なお、変位法・分離法や応力法・複合法など[40,70-73]による評価も行っており、これらによって得られる応力拡大係数値は上式より得られるものと相違がないことを確認している。

### 3.2.3 解析精度

解析精度を確認するため、図 3-3 に示す一様応力  $\sigma_{y0}$  をうける界面上にき裂を有する異材接合材の応力拡大係数を評価した。ヤング率比  $E_1/E_2$  を 3, 10, 100, ポアソン比を 0.3, き裂半長  $a^*$  を 10 とし、き裂先端近傍では複合材料のモデルと同じ要素分

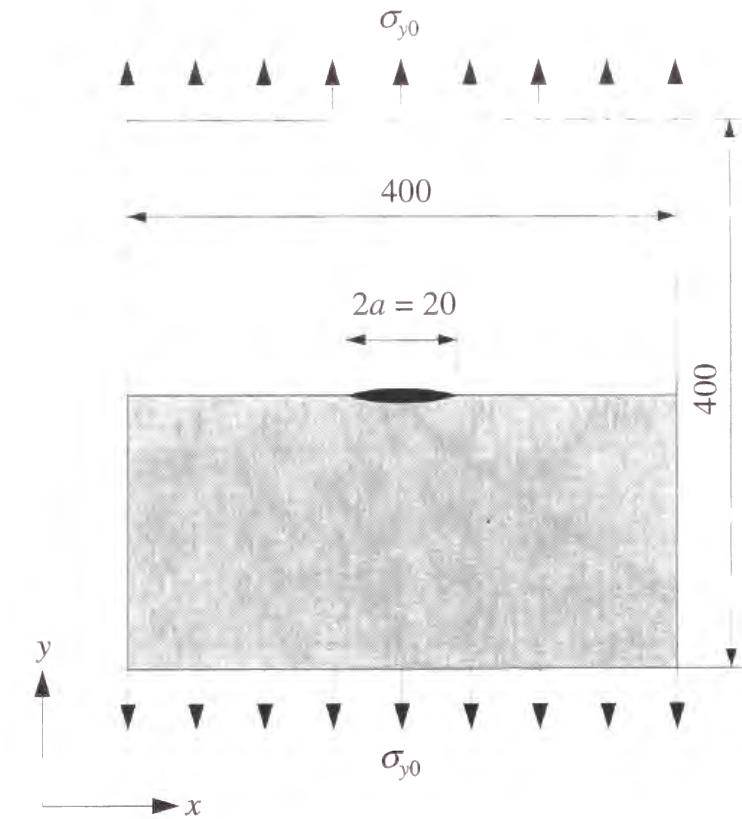


Fig.3-3 Dissimilar body with an interface crack.

割を用いた。解析によって得られた応力拡大係数  $K_1^* (= K_1/K_{th})$ ,  $K_2^* (= K_2/K_{th})$  を表 3-1 に示す。なお、 $K_{th}$  はマトリックス単一材料中に存在するき裂の応力拡大係数  $K_{I0}$  にほぼ等しく、き裂長さが板幅に比べて十分小さいので

$$K_{th} \cong K_{I0} \cong \sigma_{y0} \sqrt{\pi a} \quad (3-7)$$

である。一方、図 3-3 に示したモデルに無限遠一様応力  $\sigma_{y0}$  および  $\tau_{xy0}$  が負荷された場合の界面き裂の応力拡大係数は、次式のように与えられることが Rice らによって明らかにされている[31,69]。

$$K_1 + iK_2 = (\sigma_{y0} + i\tau_{xy0})(1 + 2i\varepsilon)\sqrt{\pi a} \quad (3-8)$$



Table 3-1 Magnitude of stress intensity factors in a dissimilar plate with an interface crack.

$E_f/E_m$	$K_1^*$	$K_2^*$
3	1.001 (1.000)	0.092 (0.092)
10	1.001 (1.000)	0.152 (0.152)
100	1.001 (1.000)	0.183 (0.183)

したがって、図 3-3 のように  $\sigma_{y0}$  のみを受ける場合、

$$K_1^* = 1, \quad K_2^* = 2\varepsilon \quad (3-9)$$

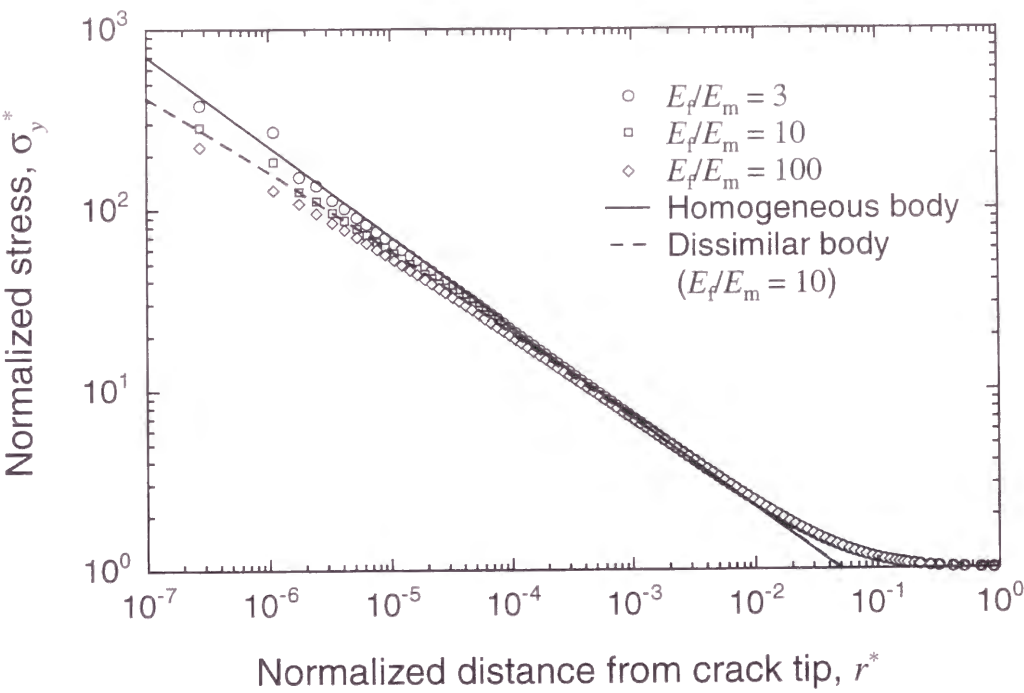
である。表 3-1 中の ( ) 内の数値は式 (3-9) より求めた  $K_1^*$ ,  $K_2^*$  値である。本解析による応力拡大係数は誤差 0.1% 以内である。

### 3.3 解析結果および考察

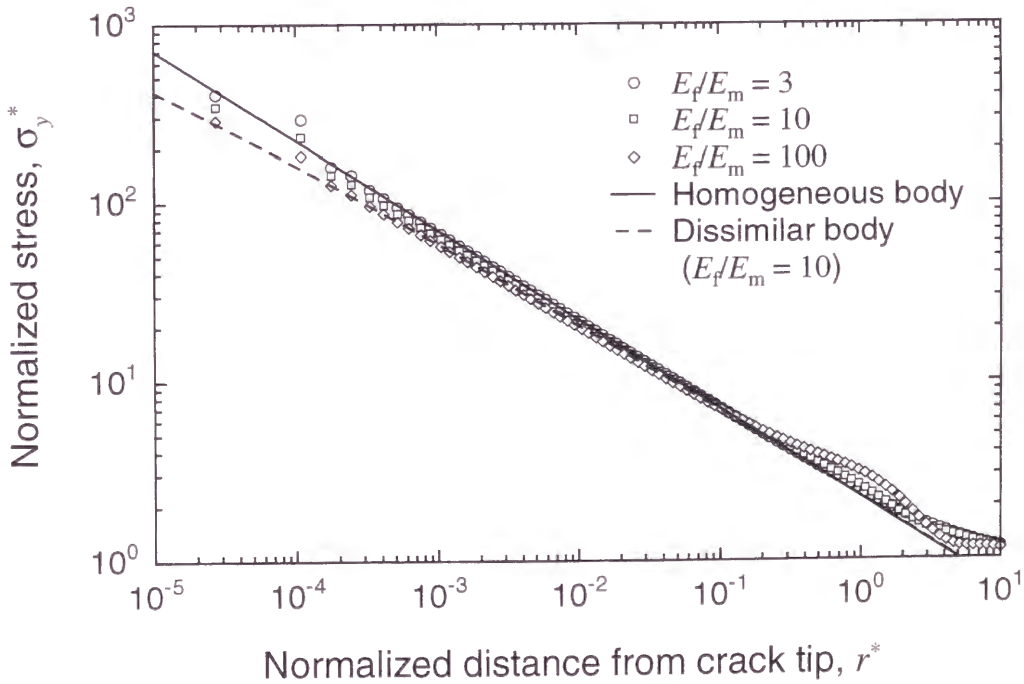
#### 3.3.1 き裂先端近傍の応力分布

き裂長さが層間厚さに比して十分小さい場合 ( $a^* = 0.1$ ) およびき裂長さが層間距離に比して十分大きい場合 ( $a^* = 10$ ) のき裂前方 ( $x$  軸上) の  $y$  軸方向応力  $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  =  $\sigma_{y(\theta=0)}/\sigma_{y0}$  分布を図 3-4 に、同条件下のせん断応力  $-\tau_{xy(\theta=0)}^* = -\tau_{xy(\theta=0)}/\sigma_{y0}$  分布を図 3-5 に示す。図中には均質体中に同一長さのき裂がある場合の応力分布を実線で、 $E_f/E_m = 10$ ,  $\nu_f = \nu_m = 0.3$  とした場合の異材接合材の応力分布 (式(3-1)) を点線で併せて示した。ただし、均質体の場合には  $\tau_{xy(\theta=0)}^* = 0$  である。

$a^* = 0.1$  の場合、 $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  は  $10^{-4} < r^* < 10^{-2}$  では均質体と同じ  $r^{1/2}$  の特異性が認められるが、き裂先端のごく近傍において応力が低い。これは、き裂先端に近くなると界面き裂の特徴である応力振動性が現れるためである。ヤング率比が大きくなるにしたがって振動性は強くなる。 $E_f/E_m = 10$  の応力分布は点線とよく一致しており、き裂

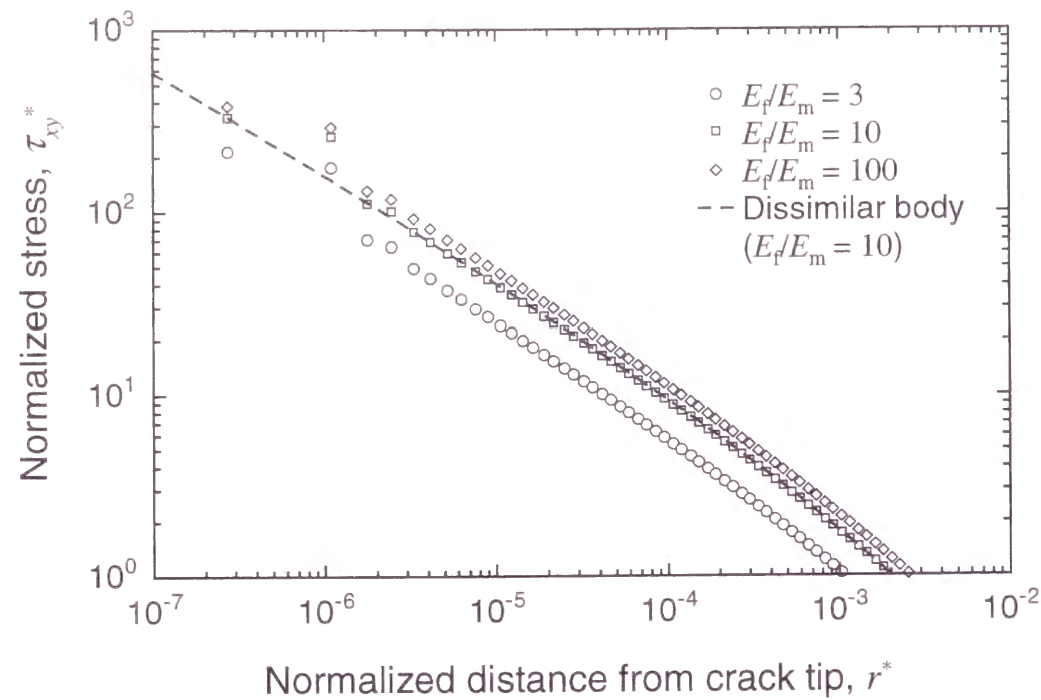


(a)  $a^* = 0.1$ .

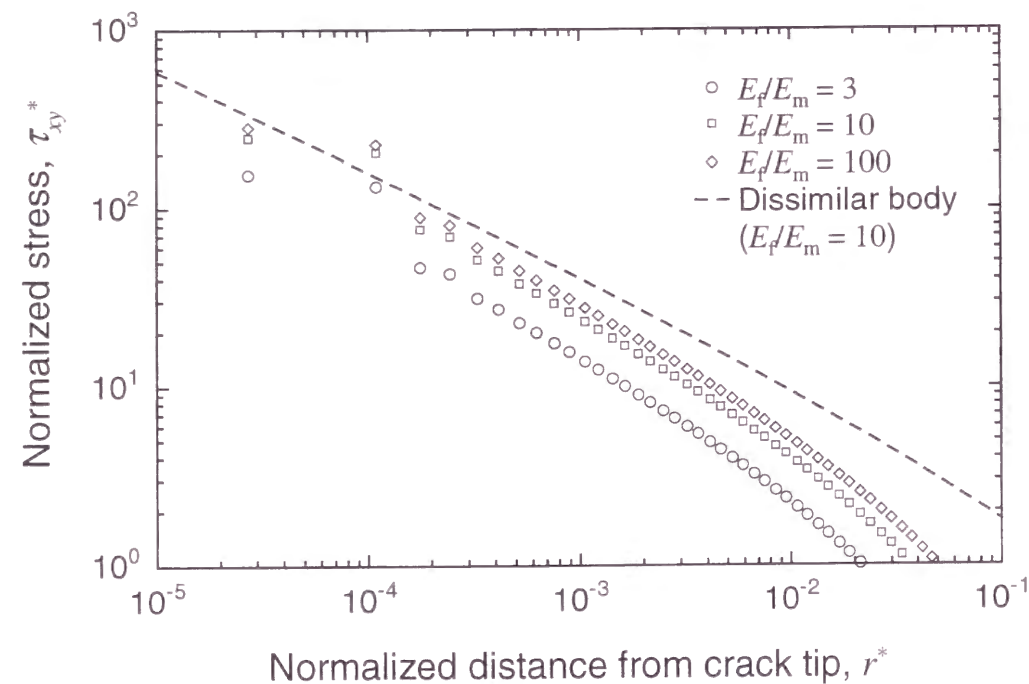


(b)  $a^* = 10$ .

Fig.3-4 Distribution of  $\sigma_y^*$  along the interface ( $x$ -axis) near the crack tip.



(a)  $a^* = 0.1$ .



(b)  $a^* = 10$ .

Fig.3-5 Distribution of  $\tau_{xy}^*$  along the interface ( $x$ -axis) near the crack tip.

が層間厚さに比べて十分小さい場合は異材接合材無限板中の界面き裂先端の応力分布にほぼ等しい。

$a^* = 10$  においてもき裂先端近傍での応力低下が認められるが、 $a^* = 0.1$  と同様にその領域は小さい。すなわち、複合材料の界面き裂では応力特異場の振動影響域がき裂に極近い部分に限定されることを示している。また、き裂先端から層間距離程度 ( $r^* \cong 1$ ) 離れた所で2章のマトリックスき裂でみられたのと同様のうねりが生じており、その大きさはヤング率比が大きくなるほど大きくなる傾向にある。

マトリックス均一体中に存在するき裂では  $y$  軸方向単軸引張下でせん断応力に特異場は現れないが[68], 図 3-5 からわかるように界面き裂では  $-\tau_{xy}^*$  に特異性が現れる。すなわち、界面き裂の場合には混合モードとなっている。

### 3.3.2 微視き裂と巨視き裂

図 3-6 は、応力拡大係数  $K_1^*$ ,  $K_2^*$  および  $K_i^*$  のき裂長さ  $a^*$  に対する依存性を示したものである。 $K_i^*$  は次式で表され、後述するようにエネルギー解放率に対応するパラメータである。

$$K_i^* = \frac{K_i}{K_{th}} = \frac{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}}{K_{th}} = \sqrt{(K_1^*)^2 + (K_2^*)^2} \quad (3-10)$$

き裂が小さいとき ( $a^* \ll 1$ ) はヤング率の比にかかわらず  $K_1^* \cong 1$ ,  $K_2^* \cong 2\varepsilon$  となる。すなわち、き裂が小さいときの応力拡大係数は、式 (3-9) で表される二材接合無限板中の界面き裂のそれに一致する。2章と同様に、これを「複合材料的微視き裂」と称することにする。

$K_1^*$  は  $a^* \cong 1$  までき裂長さの増大とともに急激に低下し、その後増加に転じる。 $K_2^*$  は緩やかに単調増加する。 $K_2^*$  値は、き裂長さが長くなっても明確な収束値を示さない。表 3-2 に  $K_1$  値を示すように  $K_1$  値も収束していない。一方、 $K_i^*$  は  $a^* \cong 1$  近傍で下限値をとり、それ以降増加する。 $E_f/E_m = 3, 10$  では  $a^* \geq 5$  で  $K_i^*$  は一定である。 $E_f/E_m = 100$  では収束が十分ではないが同様の傾向が認められる。すなわち、き裂の長い場

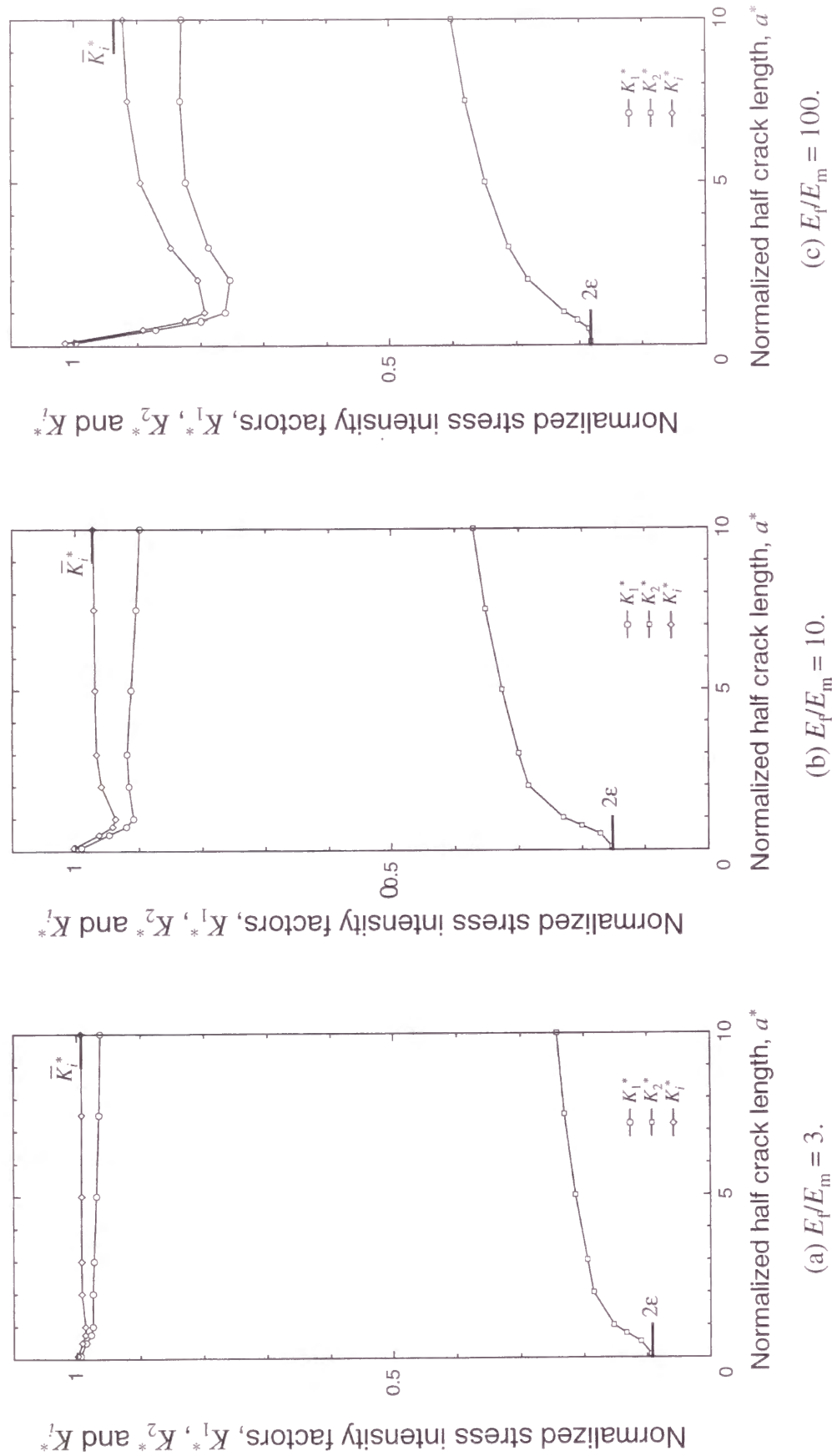


Fig.3-6 Relationship between normalized stress intensity factors,  $K_1^*$ ,  $K_2^*$  and  $K_i^*$ , and normalized half crack length,  $a^*$ .

合においては

$$(K_1^*)^2 + (K_2^*)^2 = \text{const} \quad (3-11)$$

が成立していると考えることができる。

2章において、層間距離に比して十分長いマトリックスき裂では、エネルギー解放率が均質直交異方体中のき裂のそれに等しいことを示した。そこで、界面き裂の  $K_i^*$  収束値についても同様の検討を行う。界面き裂のエネルギー解放率は  $K_i$  と次式の関係がある[74]。

$$G = \frac{1}{16 \cosh^2(\varepsilon\pi)} \left( \frac{\kappa_m + 1}{\mu_m} + \frac{\kappa_f + 1}{\mu_f} \right) K_i^2 \quad (3-12)$$

一方、複合材料とマクロな変形挙動が同じになるように弾性定数を定めた均質直交異方体の中央き裂平板に一樣応力  $\sigma_{y0}$  が負荷された場合、そのエネルギー解放率  $G_{th}$  は、

$$G_{th} = H_1 K_{th}^2 \quad (3-13)$$

$$H_1 = \sqrt{\frac{b_{11}b_{22}}{2}} \left[ \sqrt{\frac{b_{22}}{b_{11}}} + \frac{2b_{12} + b_{66}}{2b_{11}} \right]^{1/2} \quad (3-14)$$

より評価できる。ここで、 $b_{11}$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{22}$ ,  $b_{66}$  は (2-9) ~ (2-12) に示した均質直交異方性材料のコンプライアンスである。式 (3-12) と (3-13) を等置することにより次式が得られる。

$$\bar{K}_i^* = \frac{K_i}{K_{th}} = \sqrt{H_1 \frac{16 \cosh^2(\varepsilon\pi)}{\frac{\kappa_m + 1}{\mu_m} + \frac{\kappa_f + 1}{\mu_f}}} \quad (3-15)$$

図 3-6 中の右端に式 (3-15) より評価した  $\bar{K}_i^*$  値を示す。き裂長さが長くなるにしたがって  $K_i^*$  は  $\bar{K}_i^*$  に漸近している。ただし、 $E_f/E_m$  が大きくなると収束が遅くなる傾向があり、 $E_f/E_m = 100$  では  $K_i^*$  は  $a^* = 10$  でも収束していない。  $K_i^* \cong \bar{K}_i^*$  が成立する領域のき裂を「複合材料的巨視き裂」と称する。

### 3.3.3 界面き裂とマトリックスき裂の応力特異性の強さの比較

複合材料的巨視き裂におけるき裂先端の応力特異場と  $\bar{K}_i^*$  の関係について考察する。式 (3-4) (3-5) において  $l = d$  とした場合の  $K_1$  と  $K_2$  を  $K_{1(l=d)}$  ,  $K_{2(l=d)}$  と定義し、BEM 解析より求められた値を  $K_{th}$  で無次元化した  $K_{1(l=d)}^*$  および  $K_{2(l=d)}^*$  を図 3-7 に示す。表 3-2 には、 $K_1^*$  ,  $K_2^*$  と併せて  $l = d$  とした  $K_{1(l=d)}^*$  ,  $K_{2(l=d)}^*$  の計算結果も示している。図 3-7 より、図 3-6 に示した  $K_1^*$  ,  $K_2^*$  ( $l = 2a$  とした  $K^*$  値) と異なり、き裂長さが長くなるとともに  $K_{1(l=d)}^*$  ,  $K_{2(l=d)}^*$  は収束していることがわかる。ただし、 $E_f/E_m$  が大きくなると収束は遅くなる傾向がある。この収束値  $\bar{K}_{1(l=d)}^*$  ,  $\bar{K}_{2(l=d)}^*$  を用いると、き裂先端近傍の特異応力場は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} \sigma_{y(\theta=0)}^* + i\tau_{y(\theta=0)}^* &= \frac{(\bar{K}_{1(l=d)}^* + i\bar{K}_{2(l=d)}^*)K_{th}}{\sigma_{y0}\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{d}\right)^{i\varepsilon} \\ &= (\bar{K}_{1(l=d)}^* + i\bar{K}_{2(l=d)}^*)f(a^*)\sqrt{\frac{a^*}{2r^*}}(r^*)^{i\varepsilon} \end{aligned} \quad (3-16)$$

$f(a^*)$  は境界条件に関する補正係数であるが、本解析ではき裂長さに対して板幅が十分に大きいので  $f(a^*) \cong 1$  とみなすことができる。

ここで

$$(\bar{K}_{1(l=d)}^*)^2 + (\bar{K}_{2(l=d)}^*)^2 = \bar{K}_i^{*2} \quad (3-17)$$

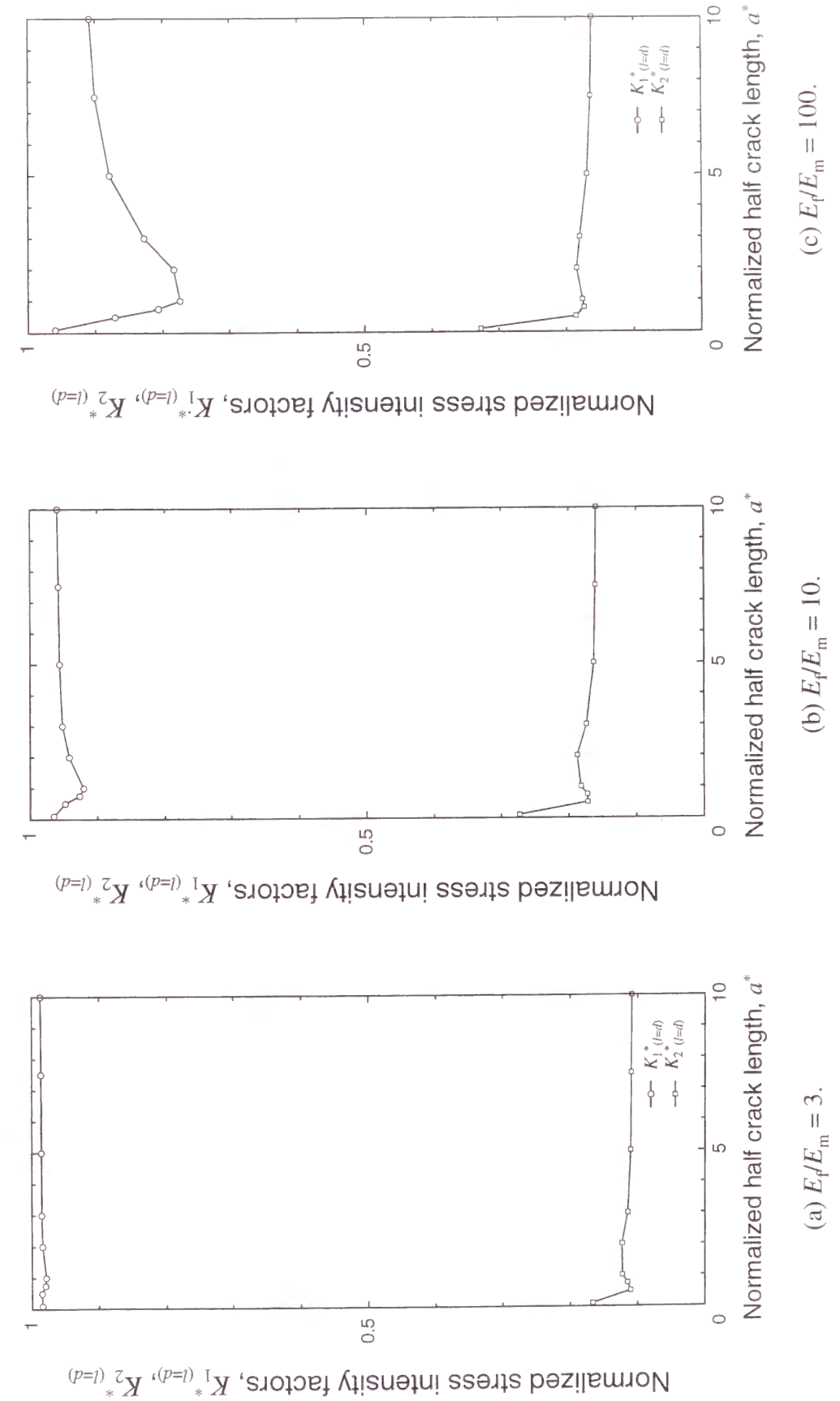


Fig.3-7 Relationship between normalized stress intensity factors,  $K_{1(l=d)}^*$  and  $K_{2(l=d)}^*$ , and normalized half crack length,  $a^*$ .



Table 3-2 Calculated values of the normalized SIFs.

Characteristic length $l$		$2a$			$d$		
Normalized SIF		$K_1^*$	$K_2^*$	$K_i^*$	$K_1^*$	$K_2^*$	$K_i^*$
Crack length $a^*$	0.1	0.994	0.094	0.998	0.984	0.167	0.998
		0.991	0.153	1.003	0.965	0.273	1.003
		0.997	0.183	1.014	0.960	0.327	1.014
	0.5	0.985	0.110	0.991	0.985	0.110	0.991
		0.948	0.172	0.963	0.948	0.172	0.963
		0.871	0.186	0.891	0.871	0.186	0.891
	0.75	0.978	0.133	0.987	0.980	0.115	0.987
		0.921	0.201	0.942	0.926	0.173	0.942
		0.800	0.204	0.826	0.807	0.174	0.826
	1	0.975	0.154	0.987	0.979	0.123	0.987
		0.909	0.230	0.938	0.920	0.182	0.938
		0.761	0.225	0.794	0.774	0.176	0.794
	2	0.974	0.186	0.992	0.984	0.123	0.992
		0.917	0.285	0.960	0.942	0.188	0.960
		0.754	0.282	0.805	0.783	0.185	0.805
	3	0.973	0.195	0.992	0.986	0.115	0.992
		0.920	0.301	0.967	0.952	0.173	0.967
		0.788	0.313	0.848	0.828	0.180	0.848
	5	0.969	0.214	0.992	0.986	0.111	0.992
		0.913	0.327	0.970	0.956	0.163	0.970
		0.824	0.350	0.895	0.879	0.170	0.895
	7.5	0.965	0.231	0.992	0.986	0.110	0.992
		0.905	0.352	0.971	0.958	0.161	0.971
		0.833	0.380	0.915	0.901	0.164	0.915
	10	0.963	0.243	0.993	0.987	0.109	0.993
		0.899	0.371	0.972	0.959	0.159	0.972
		0.830	0.402	0.923	0.908	0.162	0.923

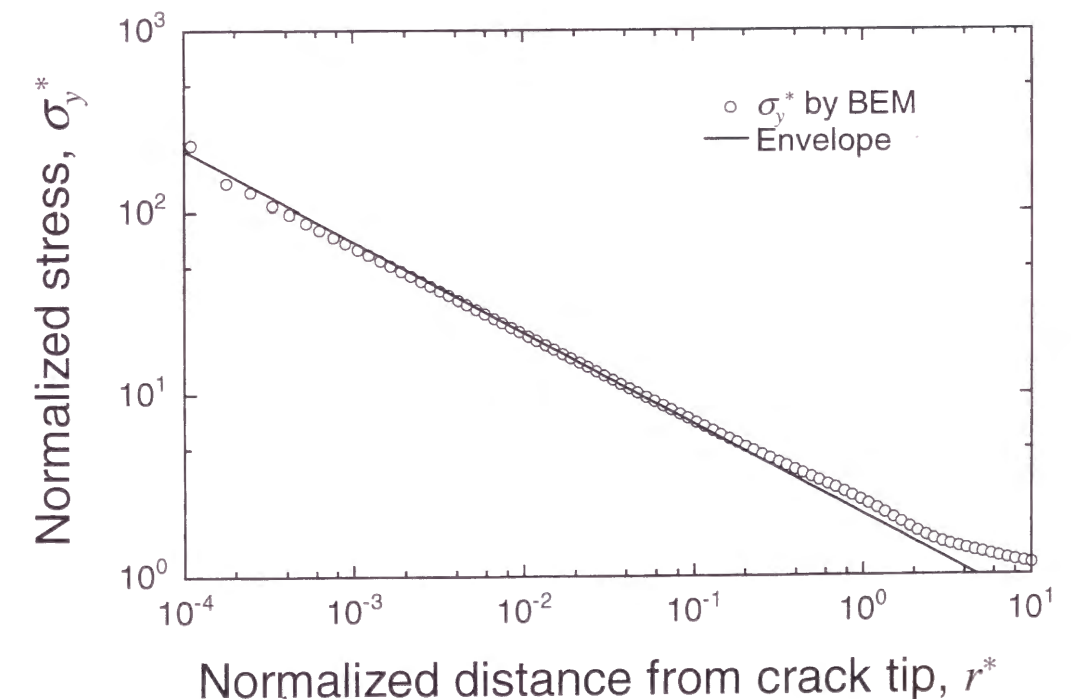
Note: Top for  $E_f/E_m = 3$ , Middle for  $E_f/E_m = 10$ , Bottom for  $E_f/E_m = 100$ .

の関係があるため、 $\bar{K}_i^*$  を用いて式 (3-16) を書き直すと次式のようなになる。

$$\sigma_{y(\theta=0)}^* + i\tau_{xy(\theta=0)}^* = \bar{K}_i^* f(a^*) \sqrt{\frac{a^*}{2r^*}} \exp[i(\bar{\theta} + \varepsilon \ln r^*)] \quad (3-18)$$

$$\cos \bar{\theta} = \frac{\bar{K}_{1(l=d)}^*}{\bar{K}_i^*}, \quad \sin \bar{\theta} = \frac{\bar{K}_{2(l=d)}^*}{\bar{K}_i^*} \quad (3-19)$$

複合材料的巨視き裂では  $\bar{K}_{1(l=d)}^*$ ,  $\bar{K}_{2(l=d)}^*$ ,  $\bar{K}_i^*$  は一定であるから、振動項は  $r^*$  のみの関数となり、 $a^*$  に依存しない。これは応力の振動がき裂先端からの無次元化距離のみに依存し、き裂長さが長くなっても変化しないことを示している。一方、振動項  $\exp[i(\bar{\theta} + \varepsilon \ln r^*)]$  の振幅を与える包絡線は  $\bar{K}_i^* f(a^*) \sqrt{a^*/2r^*}$  で表される。図 3-8 に  $a^* = 10$ ,  $E_f/E_m = 10$  における  $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  の分布および包絡線を示す。3.3.1 項でも述べたよ

Fig.3-8 Distribution of  $\sigma_y^*$  and envelope evaluated by Eq.(3-18) along the interface ( $x$ -axis) near the crack tip ( $a^* = 10$ ,  $E_f/E_m = 10$ ).

うに、長いき裂では振動項の影響はき裂先端に限定されており、 $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  の分布は包絡線  $\bar{K}_i^* f(a^*) \sqrt{a^*/2r^*}$  にほぼ一致している。均質異方体中のき裂では、き裂先端近傍の応力場は

$$\sigma_{y(\theta=0)}^* = \frac{K_{Ih}}{\sigma_{y0} \sqrt{2\pi r}} = f(a^*) \sqrt{\frac{a^*}{2r^*}} \quad (3-20)$$

であるため、複合材料的巨視界面き裂の特異場は均質体の場合の  $\bar{K}_i^*$  倍になっている。これは、有次元で表すと  $\sigma_{y(\theta=0)}$  の特異応力場の強さが応力拡大係数

$$K_i = \sqrt{H_I \frac{16 \cosh^2(\varepsilon \pi)}{\frac{\kappa_m + 1}{\mu_m} + \frac{\kappa_f + 1}{\mu_f}}} \cdot K_{Ih} = \bar{K}_i^* \cdot K_{Ih} \quad (3-21)$$

で表されることを示している。 $\tau_{xy(\theta=0)}$  についても同様の特異場となり、その強さは  $K_i$  で代表される。

一方、2 章式 (2-14) で示したように、複合材料の内部マトリックス巨視き裂についても

$$K_I = \sqrt{\frac{H_I E_m}{1 - \nu_m^2}} \cdot K_{Ih} = \bar{K}_I^* \cdot K_{Ih} \quad (3-22)$$

なる関係がある。すなわち、複合材料的巨視き裂の特異応力場を代表する応力拡大係数と均質直交異方性材料の応力拡大係数の間には、界面き裂とマトリックスき裂を問わず

$$K = C \cdot K_{Ih} \quad (3-23)$$

の比例関係が成立する。ただし、 $C$  は式 (3-21) または (3-22) より決定される弾性定数のみに依存する比例定数であり、界面き裂とマトリックスき裂で異なる。表 3-3

Table 3-3 Proportional constants,  $C$ , in Eq.(3-23).

$E_f/E_m$	Matrix crack	Interface crack
3	0.8022	0.9926
10	0.7015	0.9728
100	0.6394	0.9323

に内部マトリックスき裂および界面き裂に対する  $C$  の値を示す。界面き裂では  $C \equiv 1$  であり、応力特異場の強さは均質体とほぼ同じである。一方、マトリックスき裂では比例定数が小さく、同一き裂長さに対して界面き裂より応力特異性が弱くなる。

### 3.3.4 き裂の相互作用の影響

$E_f/E_m = 3, 10, 100$  それぞれについて、図 3-2 の多数き裂の場合の  $a^* = 0.1, 0.5, 1, 10$  におけるき裂先端近傍の  $\sigma_y$  分布を図 3-9 に示す。き裂が繊維層やマトリックス層の厚さに比べて十分小さい場合は、き裂同志が相対的に離れているため、無限板単一き裂と同様の応力分布となる。しかし、 $a^* \geq 0.5$  では  $\sigma_y$  の分布はき裂長さに関わらずほぼ一定である。これはき裂の相互作用によるものであると考えられる。

応力拡大係数  $K_1^*$ 、 $K_2^*$  および  $K_i^*$  のき裂長さに対する変化を図 3-10 に示す。多数き裂に対する  $K_{Ih}$  は、マトリックス単一体中に同じ多数き裂を有する場合の応力拡大係数[65]にほぼ等しい。き裂が非常に小さいときは相互作用の影響がほとんどないため、「複合材料的微視き裂」の領域における応力拡大係数は単一き裂の場合と同じである。単一き裂（図 3-6）との違いは、き裂長さに対して  $K_1^*$  が単調に減少し明確な下限値を示さないこと、 $K_2^*$  の増加が大きいこと、 $K_i^*$  の減少が緩やかなこと、である。多数き裂の  $K_i^*$  の変化が単一き裂のそれと異なるのは、き裂間の相互作用により、繊維層の拘束が緩和されるためであると考えられる。

各グラフの右端には、式 (3-15) によって得られる  $\bar{K}_i^*$  の値を示している。き裂が長くなると  $K_i^*$  は  $\bar{K}_i^*$  にほぼ一致する。すなわち、複合材料的巨視き裂の応力拡大係数は、き裂間の相互作用に関係なく式 (3-15) によって求めることができる。

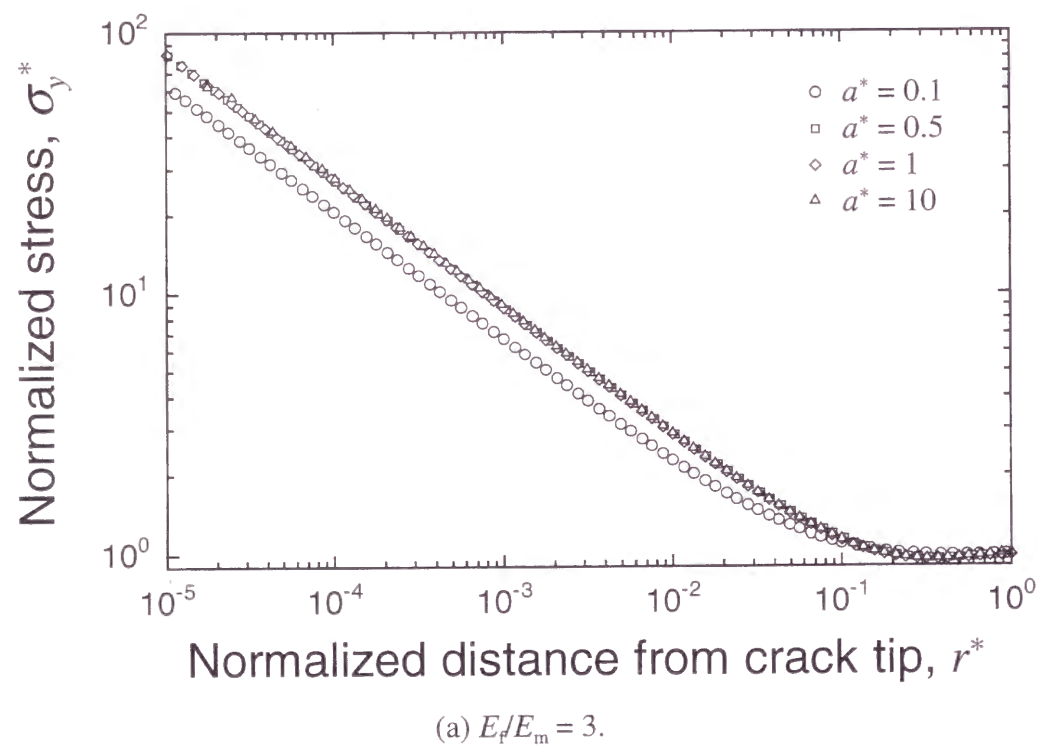


Fig.3-9 Distribution of  $\sigma_y^*$  near the crack tip in a plate with multiple cracks.

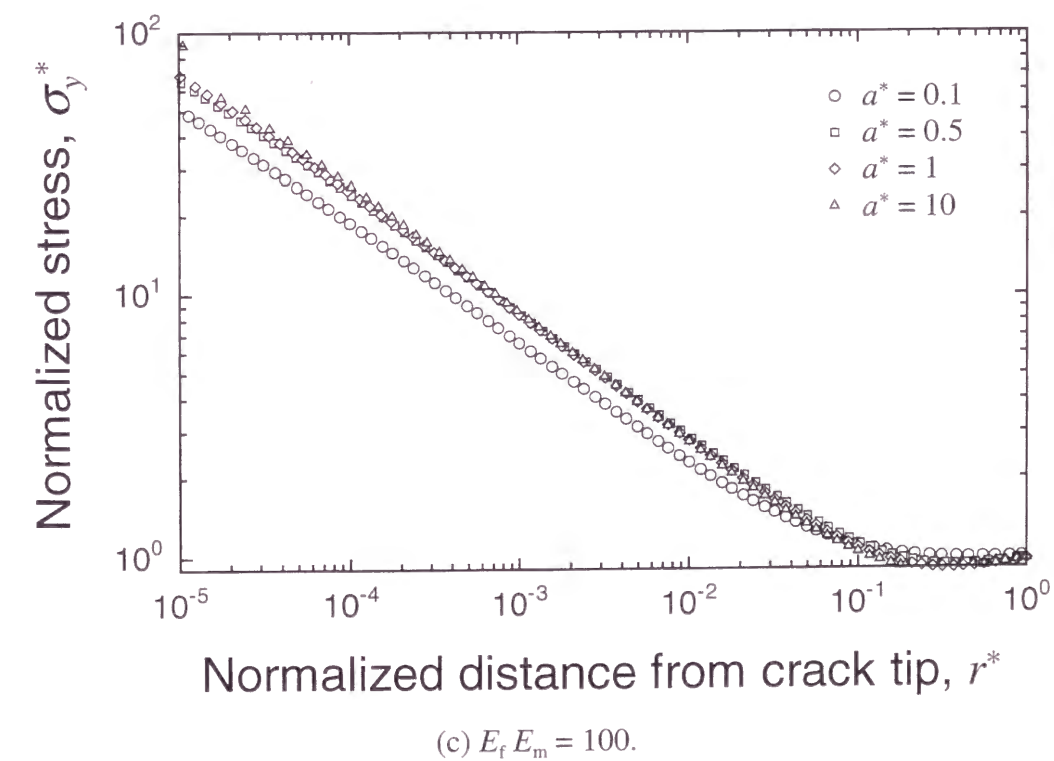
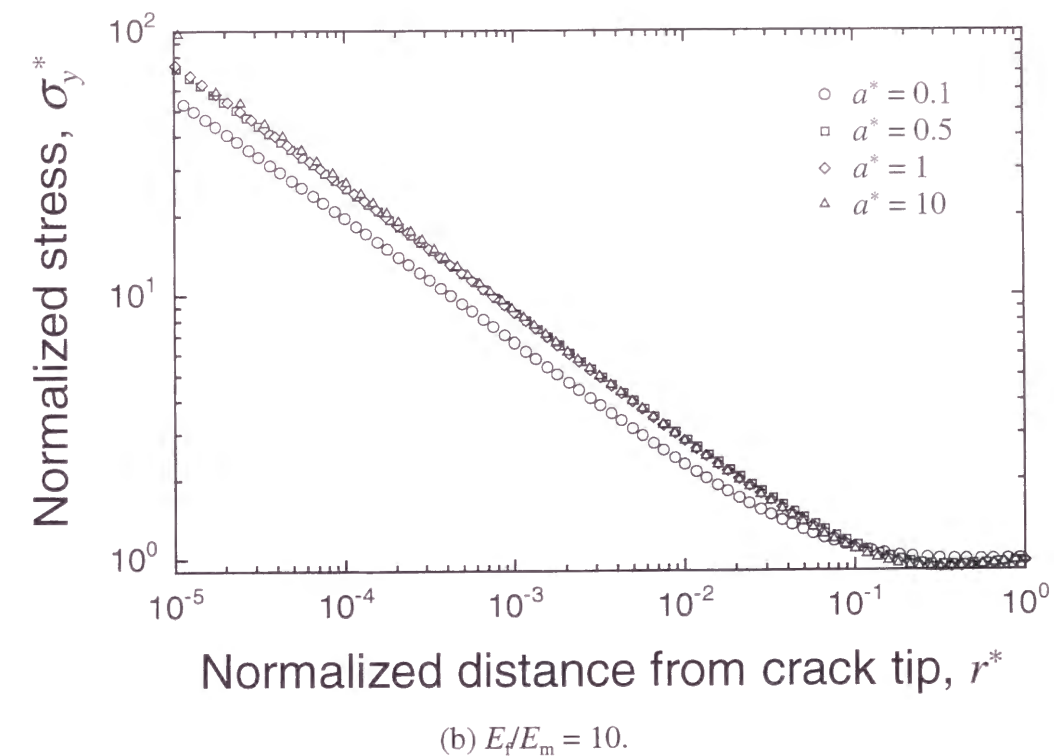


Fig.3-9 Continued.



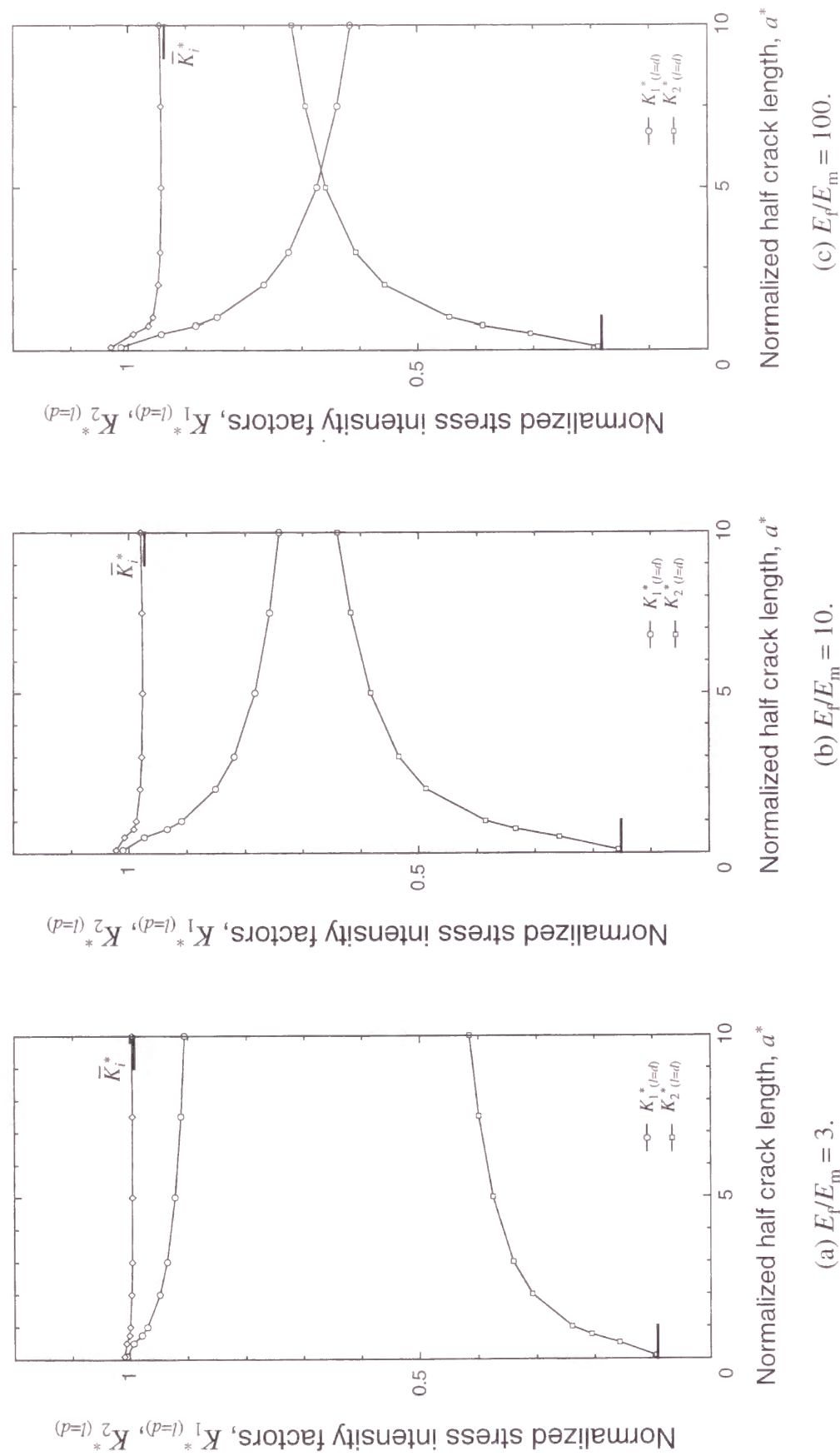


Fig.3-10 Relationship between normalized stress intensity factors,  $K_1^*$ ,  $K_2^*$  and  $K_i^*$ , and normalized half crack length,  $a^*$  in a plate with multiple cracks.

### 3.4 結言

本章では、一方向繊維強化複合材料における界面き裂について 2 次元境界要素法による弾性解析を行い、き裂先端の応力特異場に及ぼす繊維とマトリックスの複合効果について検討した。得られた結果は以下のように要約できる。

- (1) 界面き裂ではき裂先端近傍の応力特異場に振動性が現れるため、先端ごく近傍の応力は低下する。ヤング率比が大きくなるほど振動域は大きくなるが、き裂が大きくなっても振動域はき裂のごく近傍に限られる。また、 $\tau_{xy}$  も特異性を有し、混合モードとなる。
- (2) き裂が繊維層やマトリックス層厚さに比して短い場合、き裂先端近傍の応力場は周囲の積層の影響をほとんど受けない（複合材料的微視き裂）。したがって、その応力拡大係数は 2 材接合材（図 3-3）の界面き裂のそれとほぼ等しい。
- (3) き裂が長くなると、 $y$  軸方向垂直応力分布にうねりが生じるとともに、無次元化応力拡大係数  $K_i^*$  の値は低下する。き裂半長が層厚さ程度 ( $a^* \cong 1$ ) になると  $K_i^*$  は最小値をとり、それ以降は増加しながら一定値に収束する。この収束した領域が複合材料的巨視き裂である。
- (4) 長いき裂に対する  $K_i^*$  の収束値は、複合則によりマクロな変形が一致するように弾性定数を定めた均質直交異方性材料中に存在するき裂のエネルギー解放率より推定することができる。
- (5) 複合材料的巨視き裂では、 $\sigma_{y(\neq 0)}$  は  $r^{-1/2}$  に比例し、その強さは均質体中き裂のそれとほぼ同じであり、内部マトリックスき裂に対するそれより大きい。
- (6) き裂が多数存在する場合、それらの相互作用により  $K_i^*$  の減少は緩和される。



# 第 4 章 き裂先端近傍の応力場に及ぼすフリーエッジの影響 (板端部におけるマトリックスき裂および界面き裂の 特異応力場解析)

## 4.1 緒言

界面端部では応力が集中するフリーエッジ効果が現れることが知られている[41-47]. き裂が積層板端部に存在する場合には, き裂先端近傍の応力場はマトリックスと繊維複合による複合効果に加えフリーエッジ効果が作用する. フリーエッジ効果による応力集中は端部近傍に限られており, き裂が小さいほど強い影響を受けることが予想される.

本章では, 端部き裂について 2 次元境界要素法による弾性応力解析を行い, き裂先端近傍の特異応力場に及ぼすフリーエッジの影響について検討した.

## 4.2 解析方法

### 4.2.1 解析モデル

接合材料に負荷が課せられると, き裂がない場合でも界面端で特異応力場が現れることがある. その応力分布は界面端を原点とする極座標表示を用いて次式で表される[41-47].

$$\sigma_{ij} \propto \frac{1}{r^\lambda} \tag{4-1}$$

上式中の $\lambda$ は付録 B に示した特性方程式を解くことによって求められる.  $\lambda$ が大きいほどフリーエッジ効果が大きく,  $\lambda \leq 0$  の場合, 特異応力場は生じない.

本解析における繊維層 (高ヤング率層) およびマトリックス層 (低ヤング率層) の弾性定数は, 式 (4-1) の  $\lambda$  および 3 章式 (3-1) に示した界面き裂の振動特異性の強さ $\varepsilon$ を考慮し, 表 4-1 に示す 5 種類のものを選定した. ここで,  $E_f/E_m$  は繊維層とマトリックス層のヤング率の比,  $\nu_f$  と  $\nu_m$  は繊維層およびマトリックス層のポアソン比である. 図 4-1 に  $\lambda$  と  $\varepsilon$  の関係を示す. ハッチングを施した部分は  $(\lambda, \varepsilon)$  の存在範囲を表している. 一般に,  $E_f/E_m$  が大きいほど フリーエッジ効果と振動性が大きく,  $\nu_m$  が大きいほど振動性は小さくなる. 本解析モデルのように界面と自由表面が直交

Table 4-1 Elastic constants and parameters representing stress singularities.

	$E_f/E_m$	$\nu_f$	$\nu_m$	$\lambda$	$\varepsilon$
Composite 1	10	0.38	0.05	0	0.143
Composite 2	10	0.30	0.30	0.198	0.076
Composite 3	10	0.10	0.45	0.274	0.010
Composite 4	100	0.10	0.45	0.366	0.027
Composite 5	3	0.14	0.05	0	0.082

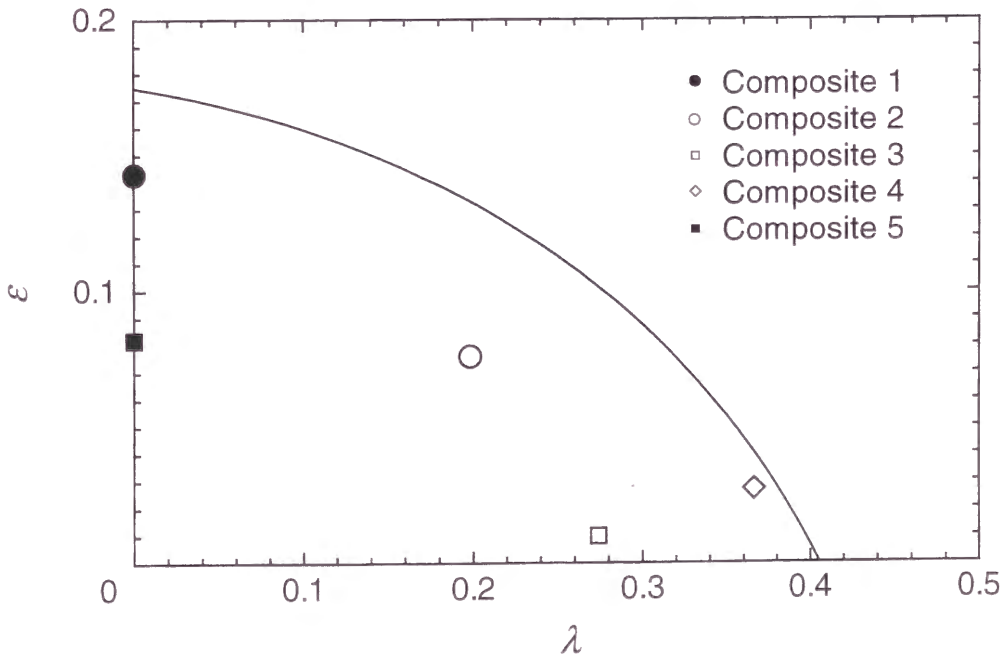


Fig.4-1 Combination of  $\lambda$  and  $\varepsilon$  in the analysis.

する場合には、 $\lambda \cong 0.4095$  より大きな特異性は存在しない。また、繊維が剛体 ( $E_f/E_m = \infty$ ) の場合を考えると、 $\varepsilon$  の存在範囲は

$$\varepsilon < \frac{1}{2\pi} \ln(\kappa_1) < \frac{1}{2\pi} \ln(3) \cong 0.175 \quad (4-2)$$

となる。

図 4-2 に示すように、一方向繊維強化複合材料を 2 次元近似した積層板を解析対象とした。板幅  $W^* = W/d$  を 500 とし、マトリックスき裂モデルでは  $y$  軸方向に繊維層とマトリックス層を 15 層ずつ、界面き裂モデルでは 12 層ずつ交互に配置した。ここで、 $d$  は繊維層およびマトリックス層の厚さである。端部のマトリックス中あるいは界面上に長さ  $a^* = a/d = 0.01 \sim 10$  のき裂を導入し、上下端に一様ひずみ  $\varepsilon_0 = 0.1$  を負荷した。なお、上下端は周期境界条件を課した。また、表 4-1 に示した各組合わせについて、マクロな変形が一致するように弾性定数を定めた均質直交異方性材料中のき裂についても解析を行い、その応力拡大係数  $K_m$  を求めた。さらに、き裂のない平滑材に関しても、図 4-3 に示すような境界条件を与えて解析を行った。

解析は、前章までと同様、Kelvin 解を基本解とする境界要素法を用いて平面ひずみ条件下で行った。き裂先端の特異場に加えてフリーエッジ効果による特異場が重畳されるため、き裂が積層板内部に存在した 2 章、3 章のモデルよりもき裂先端を含む要素の長さ  $L$  をさらに小さくし、き裂長さに対する比  $L/a$  を、マトリックスき裂モデルで  $2 \times 10^{-5}$ 、界面き裂モデルで  $2 \times 10^{-6}$  とした。

#### 4.2.2 応力拡大係数の評価方法

応力拡大係数の評価は、き裂が内部に存在する場合と同様とした。すなわち、マトリックスき裂に関しては 2 章の式 (2-3) によって、界面き裂に関しては 3 章の式 (3-7) および (3-8) によって評価した。いずれの場合も、 $1.0 \times 10^{-4} < r/a < 1.0 \times 10^{-3}$  における応力を最小 2 乗法で近似し、これを  $r=0$  へ外挿して応力拡大係数を求めた。

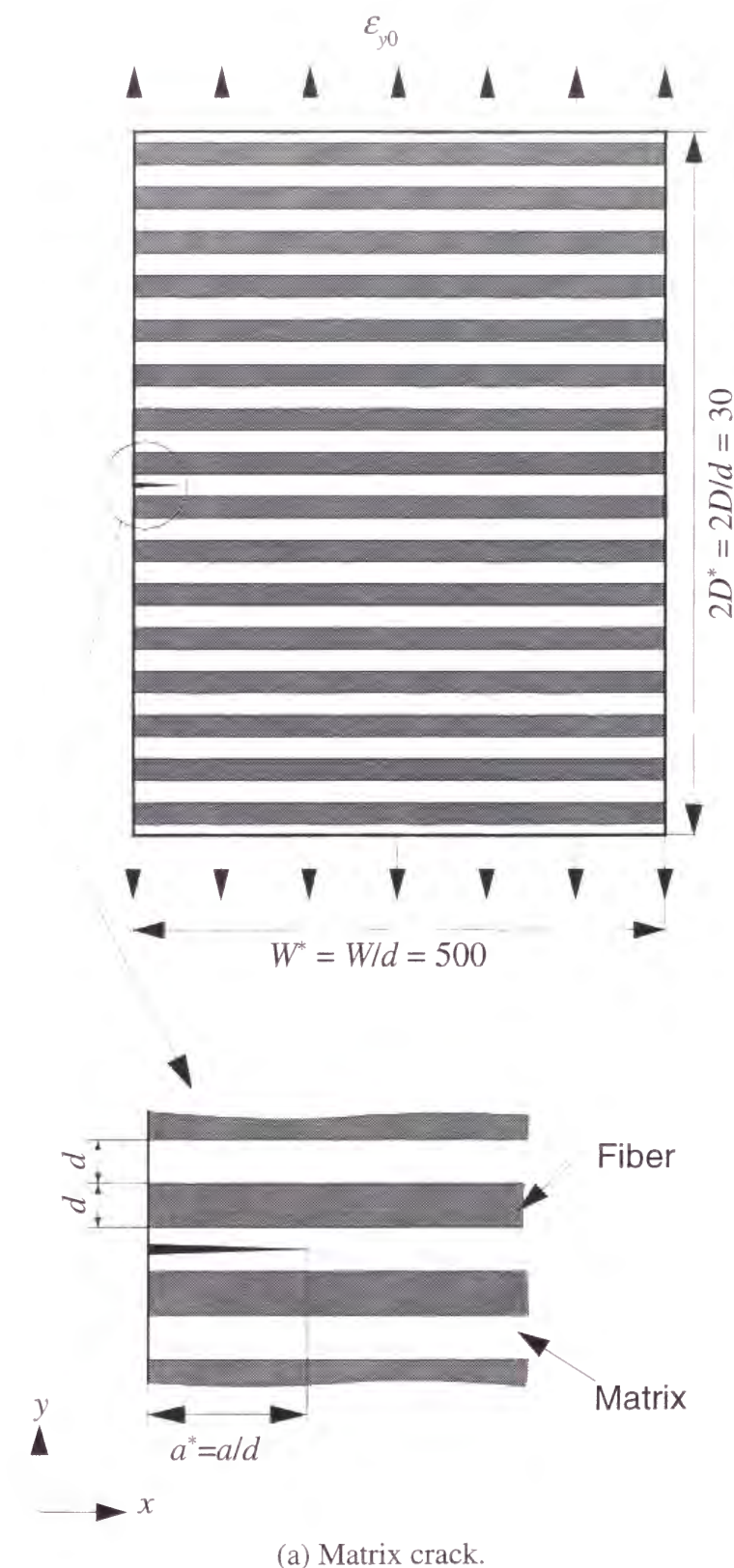
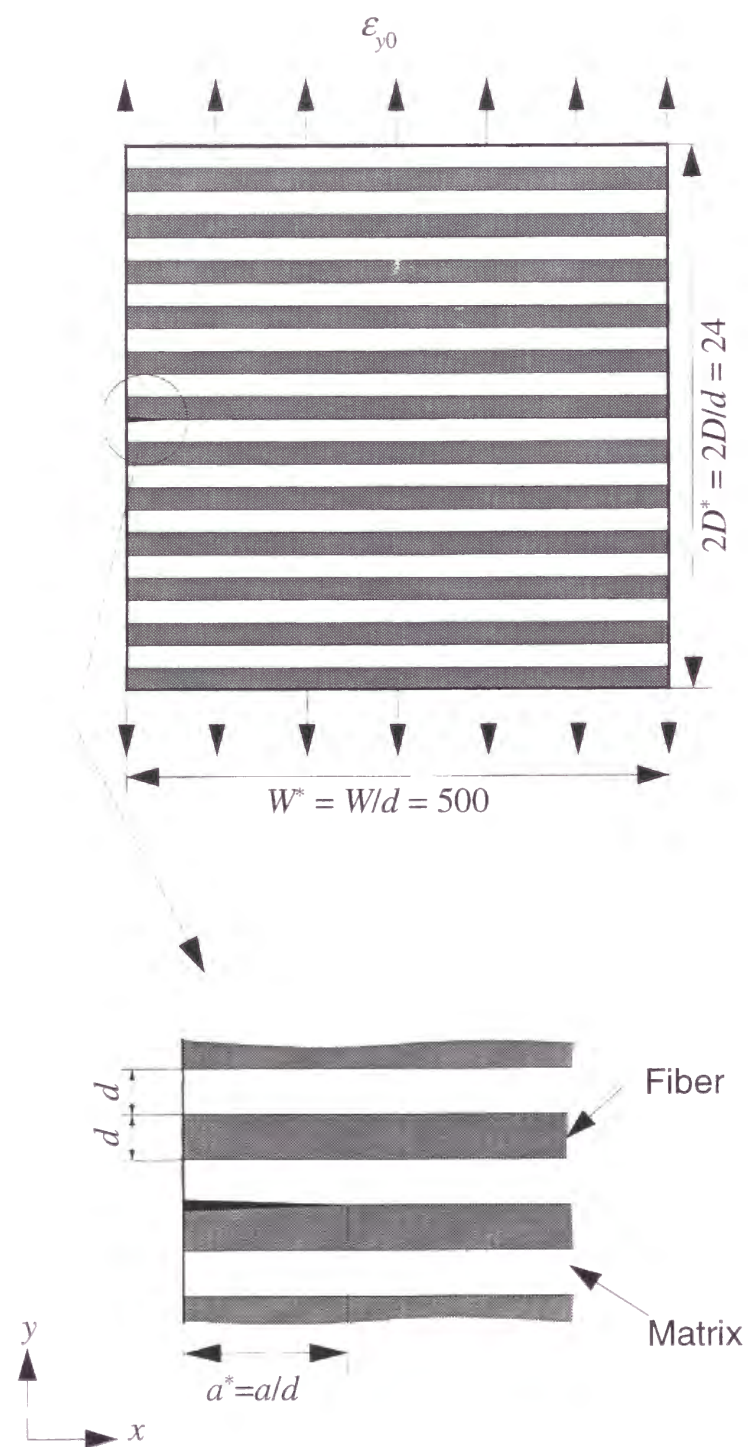


Fig.4-2 Composite plate with an edge crack.





(b) Interface crack.  
Fig.4-2 Continued.

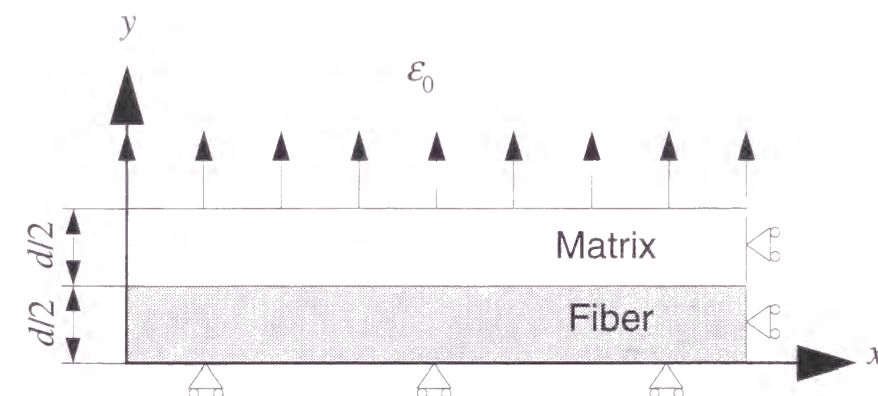


Fig.4-3 Boundary condition in the analyses of smooth plate.

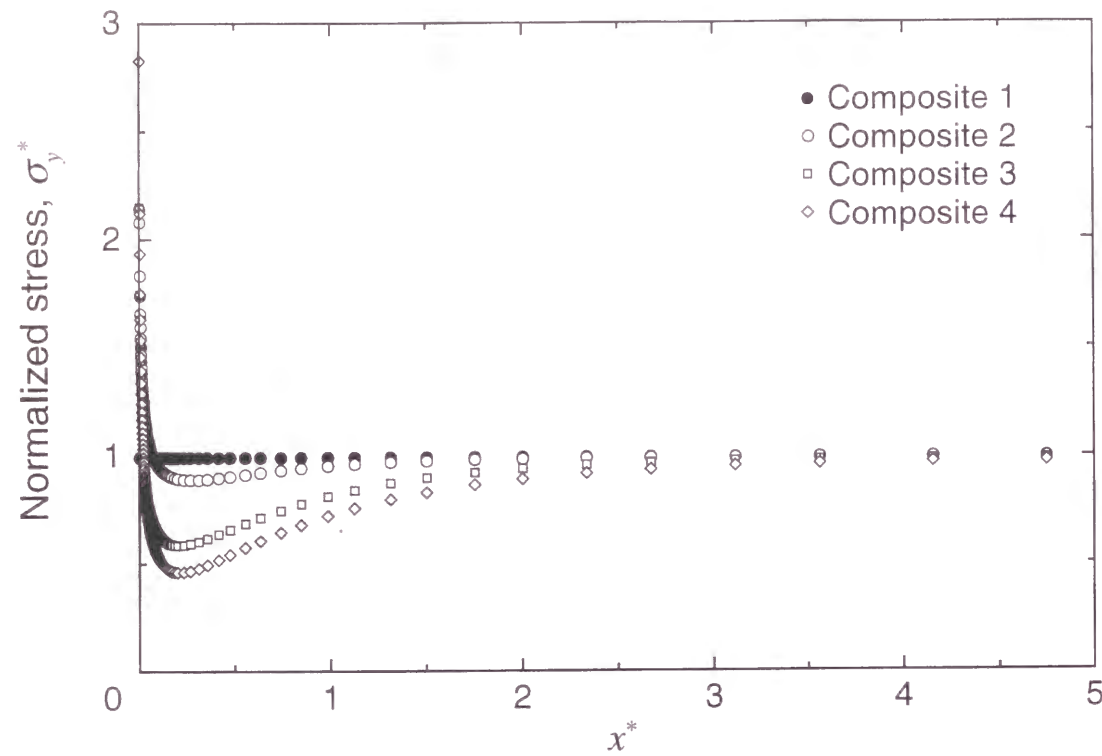
### 4.3 解析結果および考察

#### 4.3.1 き裂がない場合の応力分布

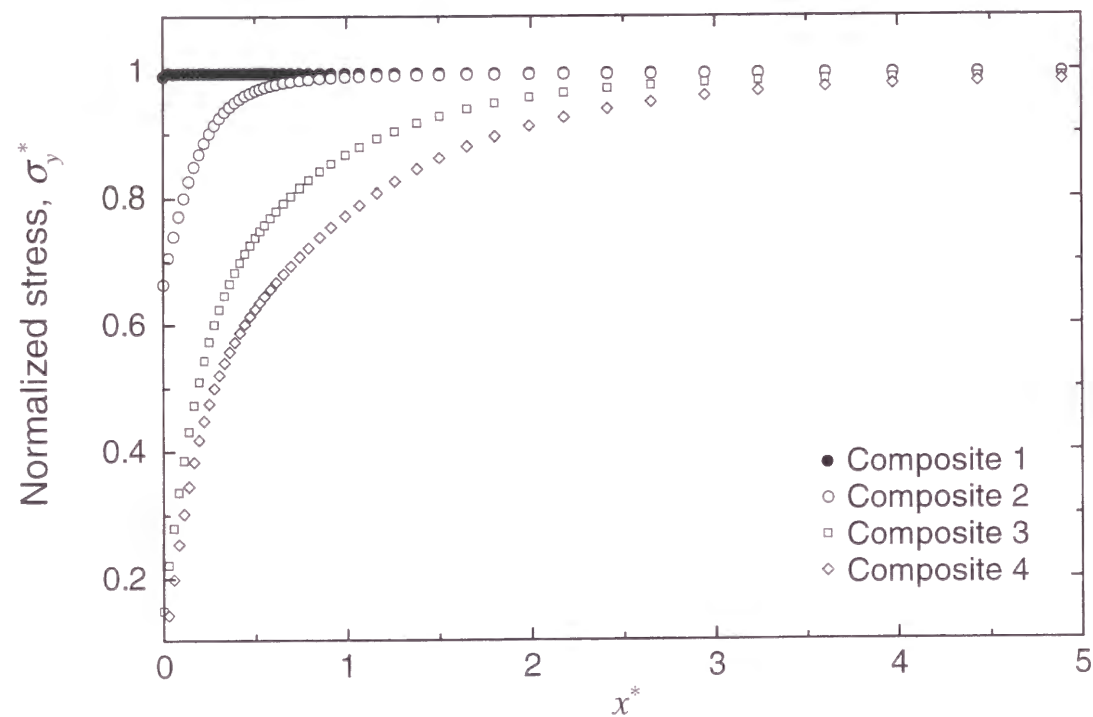
き裂がない場合の端面近傍におけるマトリックス中央線上および界面上の  $y$  方向垂直応力  $\sigma_y$  の分布を図 4-4 に示す。ただし、応力値は積層板中央部の一様応力  $\sigma_{y0}$  を用いて、

$$\sigma_y^* = \frac{\sigma_y}{\sigma_{y0}} \quad (4-3)$$

のように無次元化した。図中の  $x^*$  ( $= x/d$ ) は積層板端部からの距離を表す。 $\lambda = 0$  の場合 (Composite 1), 応力分布は一様である。図には示していないが,  $\lambda = 0$  である Composite 5 についても同様である。これに対して,  $\lambda > 0$  の場合, 界面上の応力 (図 4-4(a)) は端部近傍において高くなり, 界面端から離れるにしたがって低下して  $x^* = 0.2$  付近で最小値をとった後, 増加しながら一定値に収束する。また, マトリックス中央線上の応力 (図 4-4(b)) は逆に端部では低く, 離れるにしたがって増加して一定値となる。 $\lambda$  の値が大きいほど, マトリックス端部での応力は低い。



(a) Along the interface.



(b) Along the center of the matrix layer.

Fig.4-4 Distribution of normal stress in a smooth composite plate without crack.

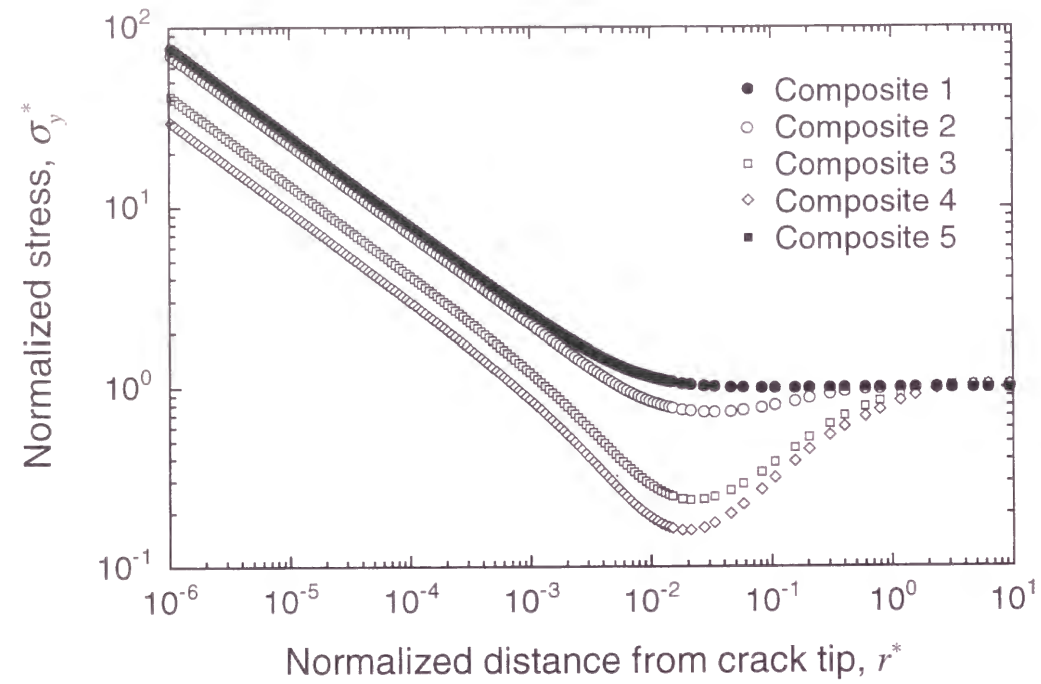
#### 4.3.2 マトリックスき裂前方の応力分布

小さいき裂  $a^* = 0.01$  および大きいき裂  $a^* = 10$  に対するマトリックスき裂前方のき裂線上垂直応力  $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  分布を図 4-5 に示す。き裂先端近傍の応力の特異性はいずれも  $r^{-1/2}$  で表わされる。き裂が小さいときには弾性定数の組み合わせによって  $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  分布が異なる。第 2 章で示した内部き裂の場合には、き裂が小さいときは材料の組み合わせに依らず  $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  分布は同じとなったことを考えると、この応力分布の変化はフリーエッジ効果の影響によるものと判断できる。事実、界面端の応力特異性のオーダーを示す  $\lambda$  の値が大きいほどき裂先端近傍の応力の値は小さい。

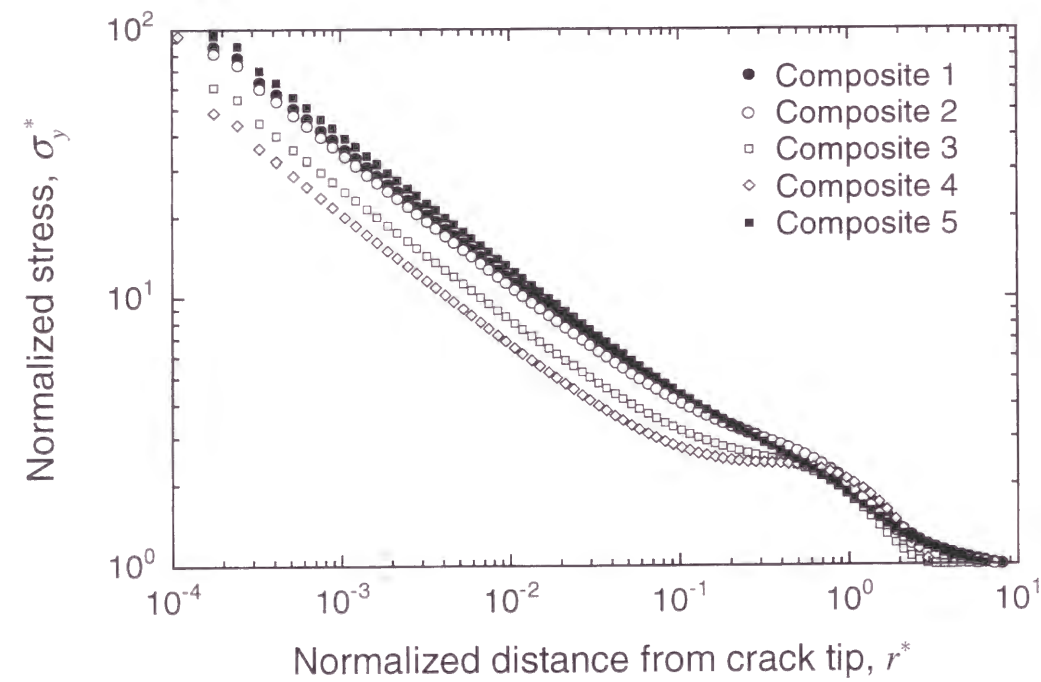
き裂が長くなるとフリーエッジ効果の影響は受けなくなるが、内部き裂でも認められたように弾性定数の組み合わせの違いによって特異性の強さは異なる。また、内部き裂でも認められた  $r^* = 1$  付近における応力のうねりが生じている。

#### 4.3.3 界面き裂前方の応力分布

$a^* = 0.01$  および  $a^* = 10.0$  における界面き裂先端前方の垂直応力  $\sigma_{y(\theta=0)}^*$  分布を図 4-6 に示す。き裂が短い場合、 $\varepsilon = 0.010$  の Composite 3 と  $\varepsilon = 0.027$  の Composite 4 では  $r^{-1/2}$  の特異性を呈しており、振動特異性の影響はほとんどない。Composite 1 ( $\varepsilon = 0.143$ ), 2 ( $\varepsilon = 0.076$ ) および 5 ( $\varepsilon = 0.027$ ) で  $r^{-1/2}$  の特異性は認められるが、き裂先端極近傍で振動特異性による応力低下が見られる。とくに、 $\varepsilon$  が大きい Composite 1 で振動特異性の影響が顕著に現れている。き裂が長くなると、Composite 1 においても  $1.0 \times 10^{-2} < r^* < 1.0 \times 10^0$  付近で  $r^{-1/2}$  の特異性がみられるようになる。き裂が短い場合に比べて応力振動の影響はき裂先端の極近傍に限られる。

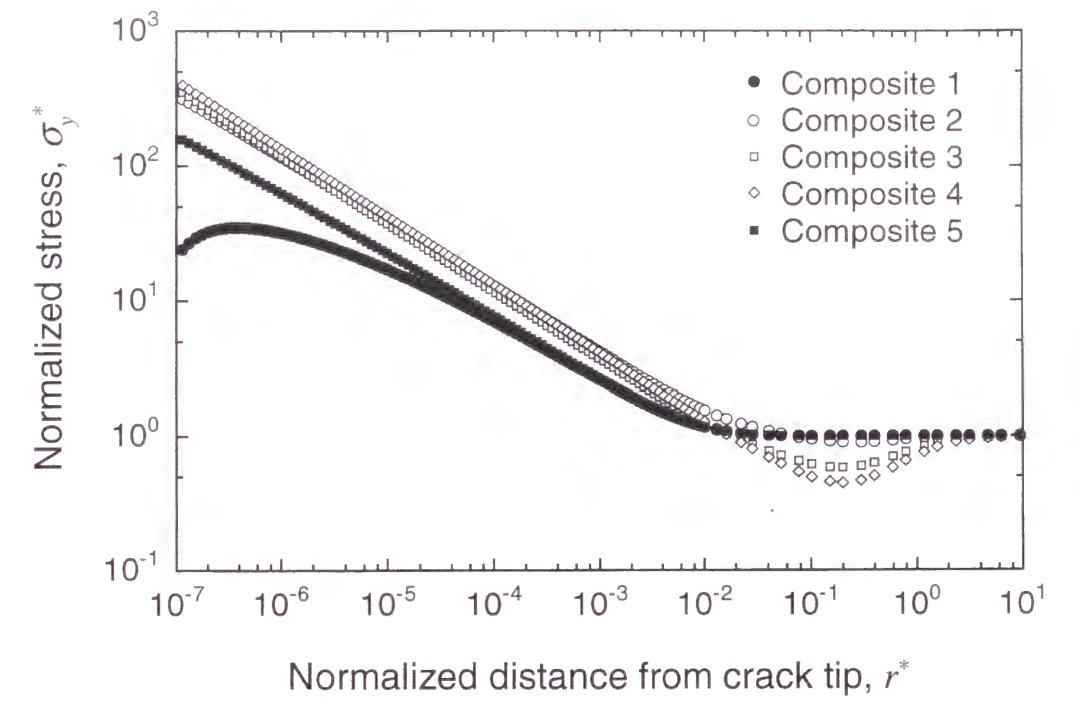


(a)  $a^* = 0.01$ .

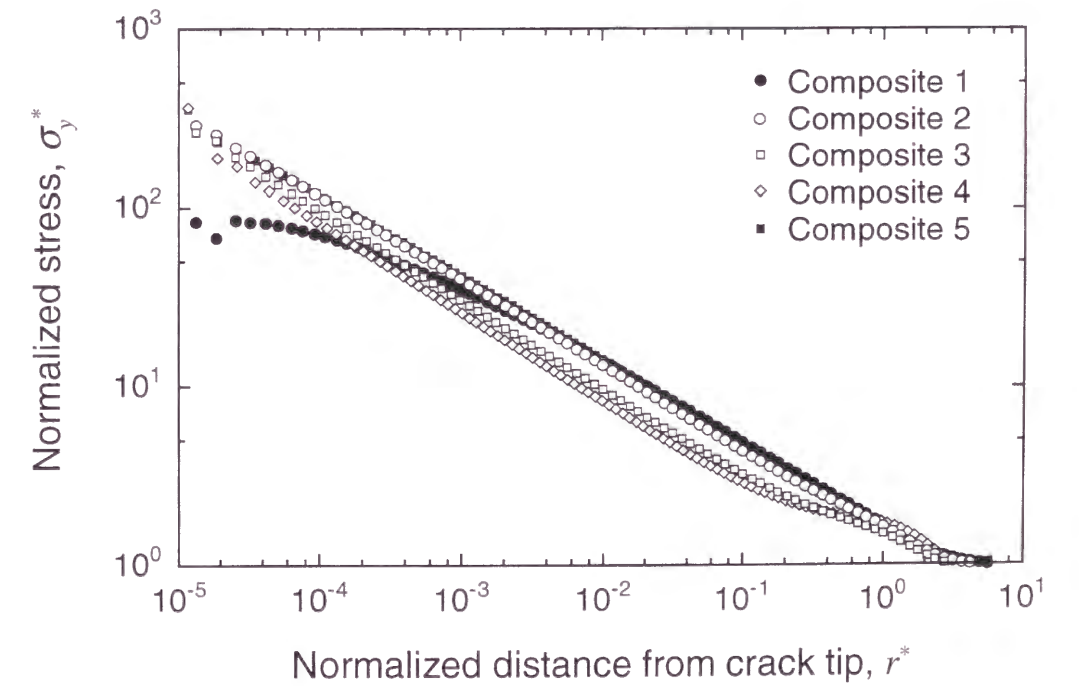


(b)  $a^* = 10$ .

Fig.4-5 Distribution of normal stress ahead of the tip in a plate with a matrix crack.



(a)  $a^* = 0.01$ .



(b)  $a^* = 10$ .

Fig.4-6 Distribution of normal stress ahead of the tip in a plate with an interface crack.



#### 4.3.4 マトリックスき裂の応力拡大係数の変化

マトリックスき裂の応力拡大係数とき裂長さの関係を図 4-7 に示す。ただし、応力拡大係数  $K_I$  は、均質直交異方性材料中の同寸法き裂の応力拡大係数  $K_{Ih}$  によって

$$K_I^* = \frac{K_I}{K_{Ih}} \quad (4-4)$$

と無次元化して示している。フリーエッジ効果のない Composite 1 においては、き裂が小さい場合の  $K_I^*$  は 1 に近い。き裂が長くなると  $K_I^*$  は低下するが、これはき裂先端近傍の変形が周囲の繊維層によって拘束されるためである。き裂が十分長くなると  $K_I^*$  は一定値に収束する。この傾向は、き裂が積層板内部にある場合と同様である。

一方、フリーエッジ効果がある場合には、き裂が小さいときの  $K_I^*$  は 1 に比べて小さい。これは、図 4-4 に示したようにフリーエッジ効果によって端部マトリックス中の応力が低下していることによる。Composite 3 あるいは 4 のようにフリーエッジ効果が強い場合には、 $K_I^*$  はき裂長さとともに単調増加しながら一定値に収束する。これは、繊維層の拘束よりもフリーエッジ効果の影響のほうが強いと考えられる。

2 章において、き裂が十分長い場合の  $K_I^*$  は、均質直交異方性材料中のエネルギー解放率を用いて式 (2-14) によって推定できることを示した。図 4-7 のグラフ右端にはこの式によって求められた値を示している。き裂が長いときの  $K_I^*$  はこの値とよく一致しており、内部き裂と同様に、「複合材料的巨視き裂」と呼ぶことができる。

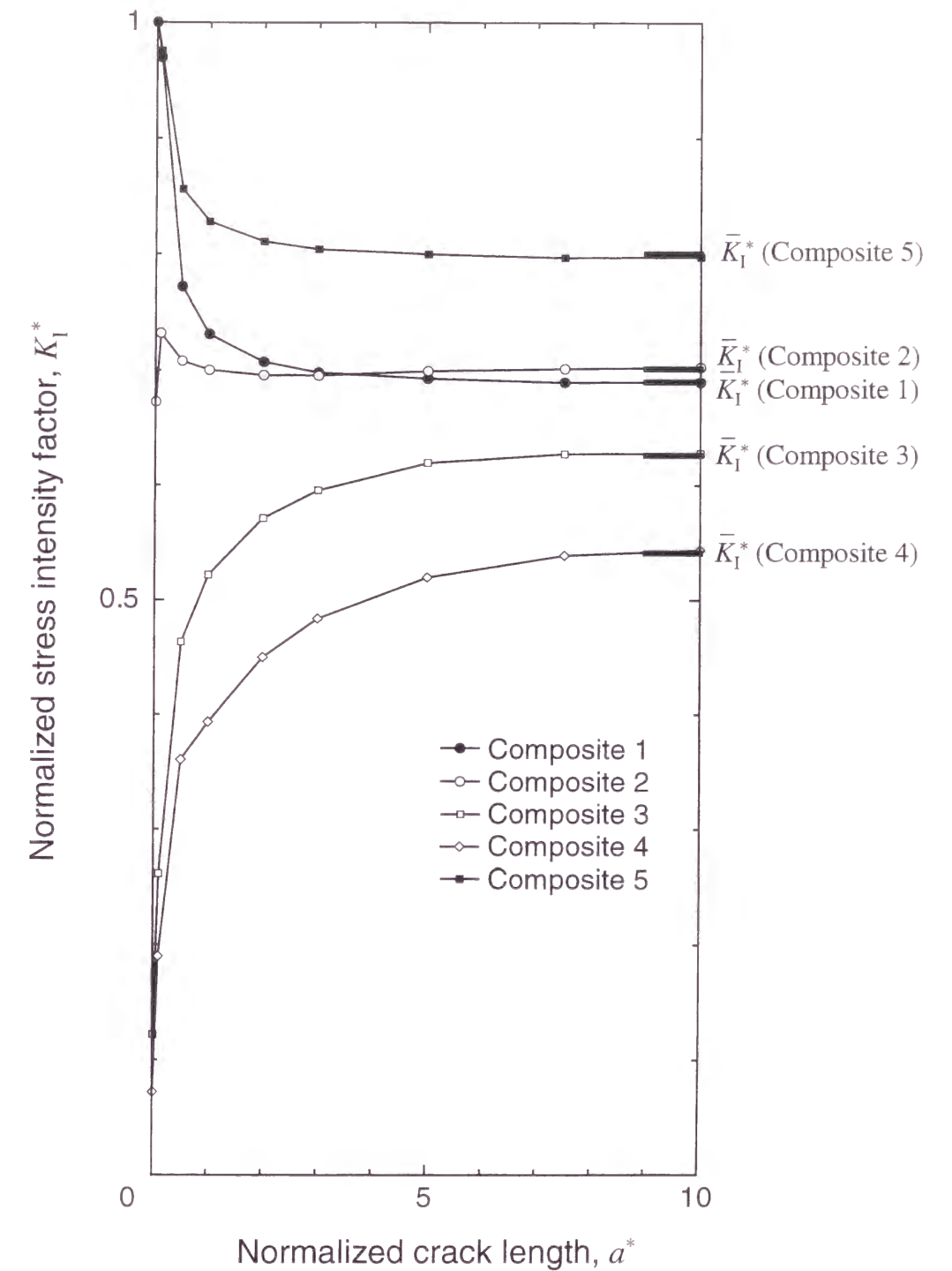


Fig.4-7 Relationship between normalized stress intensity factor,  $K_I^*$ , and normalized crack length,  $a^*$ , in a plate with a matrix crack.

#### 4.3.5 界面き裂の応力拡大係数の変化

界面き裂の応力拡大係数とき裂長さの関係を図 4-8 に示す。応力拡大係数は

$$K_1^* = \frac{K_1}{K_{lh}}, \quad K_2^* = \frac{K_2}{K_{lh}}, \quad K_i^* = \frac{K_i}{K_{lh}} \quad (4-5)$$

と無次元化して示した。

内部界面き裂の場合、き裂が小さいときの応力拡大係数は 2 材接合材無限板中のき裂のそれに等しく、 $K_1^* \cong 1$ ,  $K_2^* \cong 2\varepsilon$  となることを 3 章で示した。フリーエッジ効果のない Composite 1 の場合はこれと一致している。一方, Composite 2 と Composite 3 では応力特異性によって界面端近傍で応力が上昇し, そのため小さいき裂の無次元化応力拡大係数の値が大きくなっている。き裂が大きくなるにしたがって無次元化応力拡大係数は低下する。いずれの場合でも, き裂が十分に大きくなっても  $K_1^*$  と  $K_2^*$  は収束しないが,  $K_i^*$  は一定値となる。

3 章において, 均質直交異方性材料中のエネルギー解放率から界面き裂の  $K_i^*$  の収束値が式 (3-17) によって推定できることを示した。図 4-7 および 4-8 のグラフ右端にこれらの式から求められた値を示す。き裂が長いときの  $K_i^*$  は, この値とよく一致している。一定値に収束した範囲のき裂は, 内部界面き裂と同様「複合材料的巨視き裂」と呼ぶことができる。

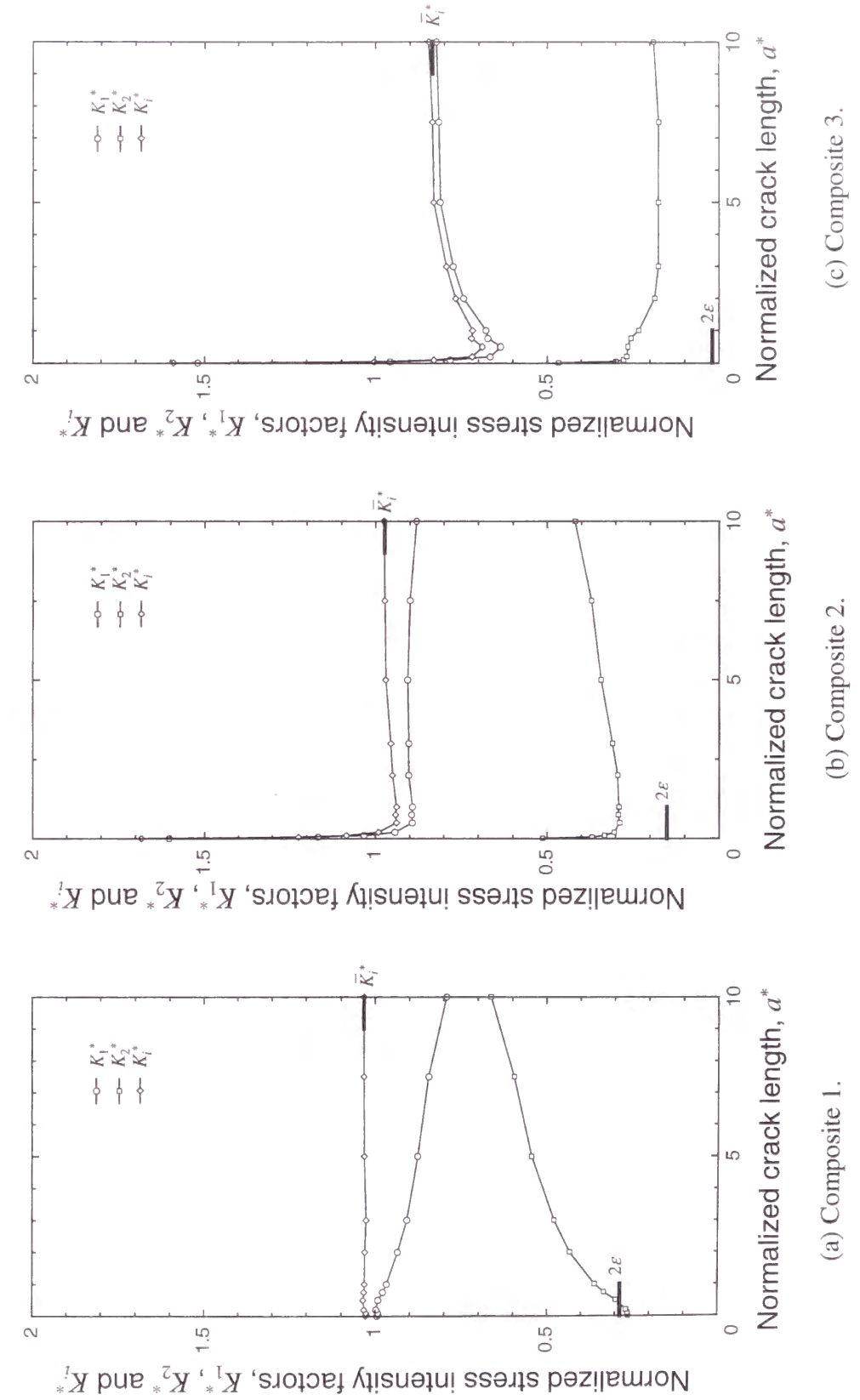
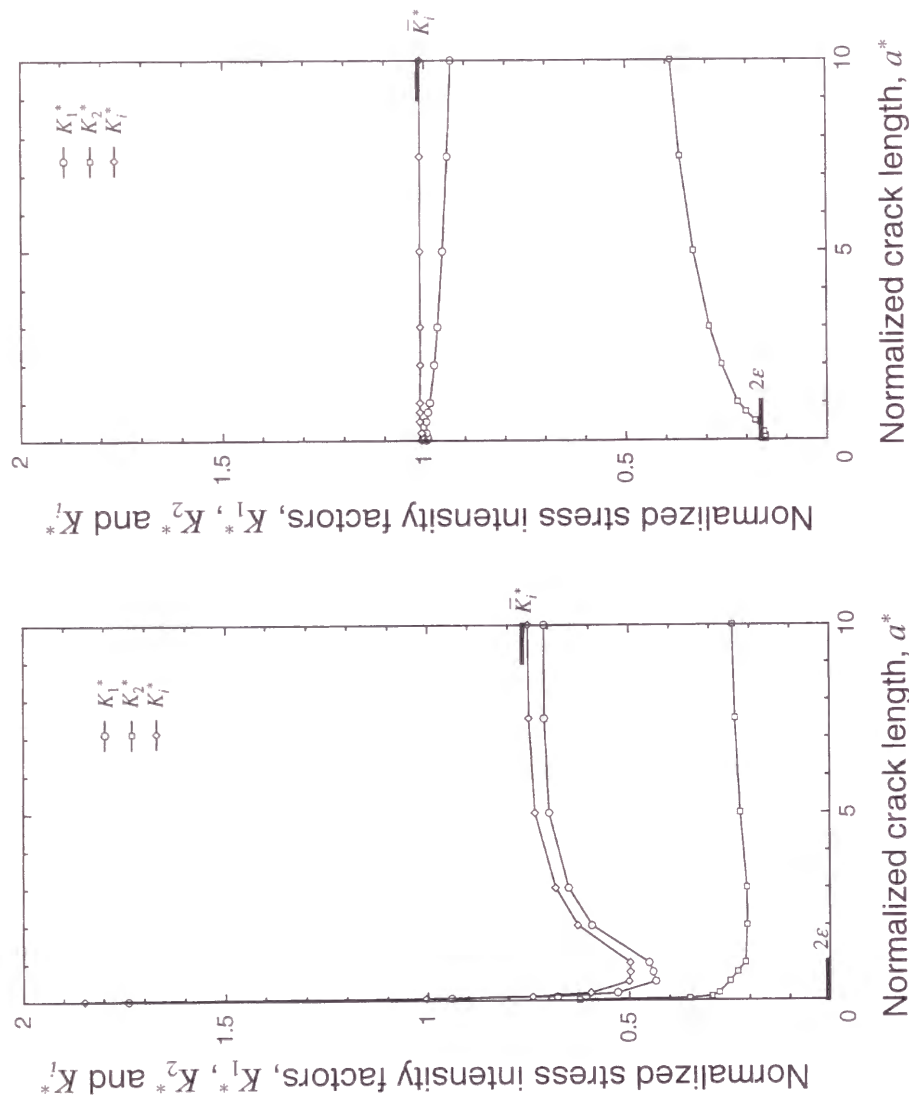


Fig.4-8 Relationship between Normalized stress intensity factors,  $K_1^*$ ,  $K_2^*$  and  $K_i^*$ , and normalized crack length,  $a^*$ , in a plate with an interface crack.



(e) Composite 5.

(d) Composite 4.

Fig.4-8 Continued.

#### 4.3.6 微視き裂先端近傍の応力場

界面き裂先端近傍の界面上の  $\sigma_y$  分布は 3 章式 (3-1) より次のようになる.

$$\sigma_y = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \cos \left\{ \varepsilon \ln \left( \frac{r}{l} \right) \right\} - \frac{K_2}{K_1} \sin \left\{ \varepsilon \ln \left( \frac{r}{l} \right) \right\} \right] \quad (4-6)$$

$\varepsilon \ln(r/l)$  が十分に小さく, かつ  $K_2$  が  $K_1$  よりも小さければ,  $\sigma_y$  は次式で近似できる.

$$\sigma_y = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \quad (4-7)$$

例として図 4-9 に Composite 2 の  $a^* = 0.01$  におけるき裂先端近傍界面上の  $\sigma_y$  分布を ○印で, 式 (4-7) を実線で示す. 両者はほぼ一致しており,  $K_1$  が界面き裂先端近傍の  $\sigma_y$  応力場を支配するパラメータとなっていることがわかる. 一方, マトリックス

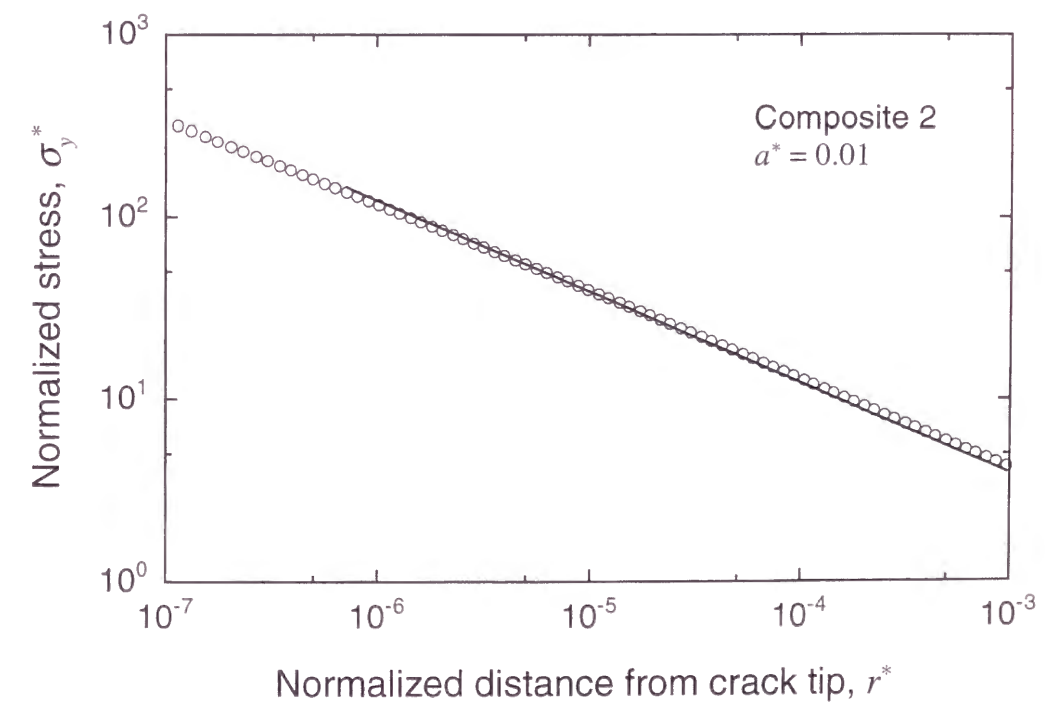


Fig.4-9 Comparison of stress distribution obtained by  $\sigma_y = K_1/\sqrt{2\pi r}$  (straight line) and BEM analysis of Composite 2 (circular marks).



き裂先端の応力場は次式で表される。

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (4-8)$$

図 4-7 および図 4-8 からわかるように，フリーエッジ効果がない場合は，き裂が小さいときの  $K_I$  と  $K_{I^*}$  はほぼ等しく，き裂が積層板内部にある場合の結果と類似している．一方，同効果がある場合は界面端近傍の応力特異性が強いほど両者の差は大きく，端部ではマトリックス中よりも界面からき裂が発生しやすいことを示している．

#### 4.3.7 微視マトリックスき裂の応力拡大係数

山本ら[75]は，先端に丸みをもつ V 字形切欠底の微小き裂の応力拡大係数を，切欠底の応力値と応力勾配をもとに検討している．ここでは，同様にフリーエッジ効果による界面端の応力分布から微視き裂の応力拡大係数について考える．

図 4-4 に示した平滑材のマトリックス中央部の  $\sigma_y^*$  分布において，端面から  $a^*$  までの部分の平均応力を  $\bar{\sigma}_y^*$  とする．すなわち

$$\bar{\sigma}_y^* = \frac{1}{a^*} \int_0^{a^*} \sigma_y^* dx^* \quad (4-9)$$

である．この応力  $\bar{\sigma}_y^*$  を用いて，次式のように微視き裂に対する応力拡大係数の推定値  $(K_I^*)_{\text{est}}$  を求める．ただし， $f(a)$  は端部き裂に関する補正係数である．

$$(K_I^*)_{\text{est}} = \frac{f(a)\bar{\sigma}_y^* \sigma_{y0} \sqrt{\pi a}}{K_{Ih}} = \bar{\sigma}_y^* \quad (4-10)$$

図 4-10 に  $K_I^*$  と  $(K_I^*)_{\text{est}}$  のき裂長さに対する変化を示す．き裂が繊維層厚さに比べて十分小さい場合，両者はほぼ一致する．したがって，き裂が小さいときの端部マトリックス微視き裂の応力拡大係数は式 (4-10) によって表わすことができる．

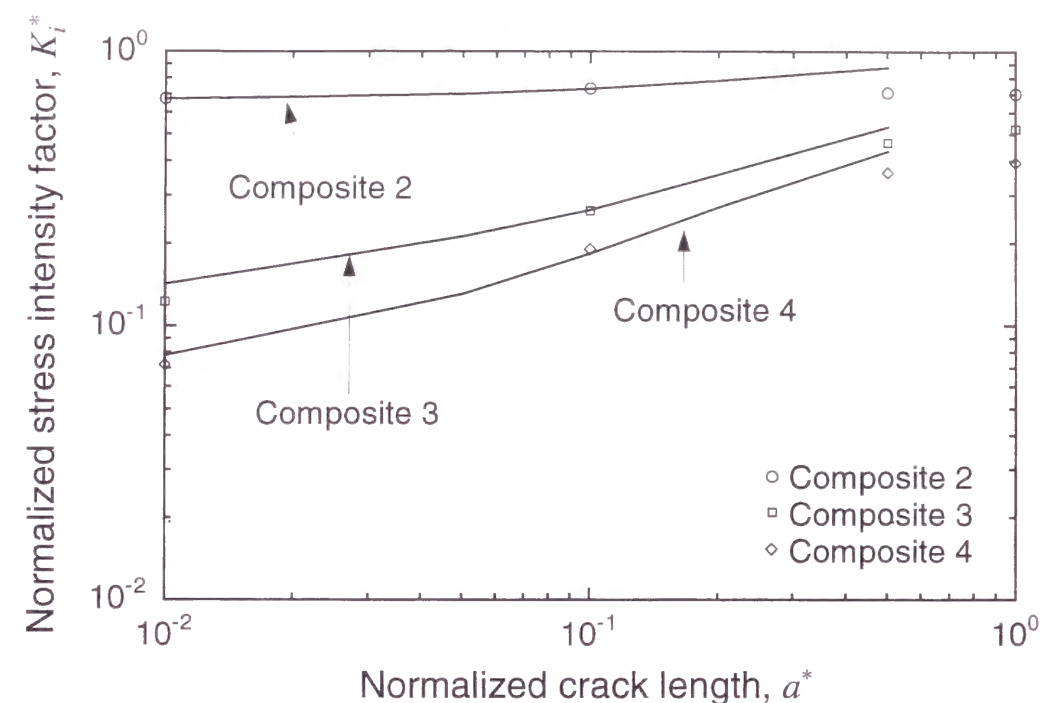


Fig.4-10 Comparison between  $K_I^*$  obtained by BEM and  $(K_I^*)_{\text{est}}$  by Eq.(4-10).

#### 4.3.8 微視界面き裂の応力拡大係数

端部界面き裂についても同様に，平滑材界面上において，端部から  $a^*$  までの部分の平均応力を式 (4-9) のように定義し，応力拡大係数  $K_i^*$  を

$$(K_i^*)_{\text{est}} = \bar{\sigma}_y^* \quad (4-11)$$

によって求める．図 4-11 に図 4-10 と同じように  $K_i^*$  と  $(K_i^*)_{\text{est}}$  を示す．図から， $K_i^*$  は  $(K_i^*)_{\text{est}}$  にほぼ等しいことがわかる．すなわち，界面微視き裂に関しても，式 (4-11) によって応力拡大係数が表わされる．

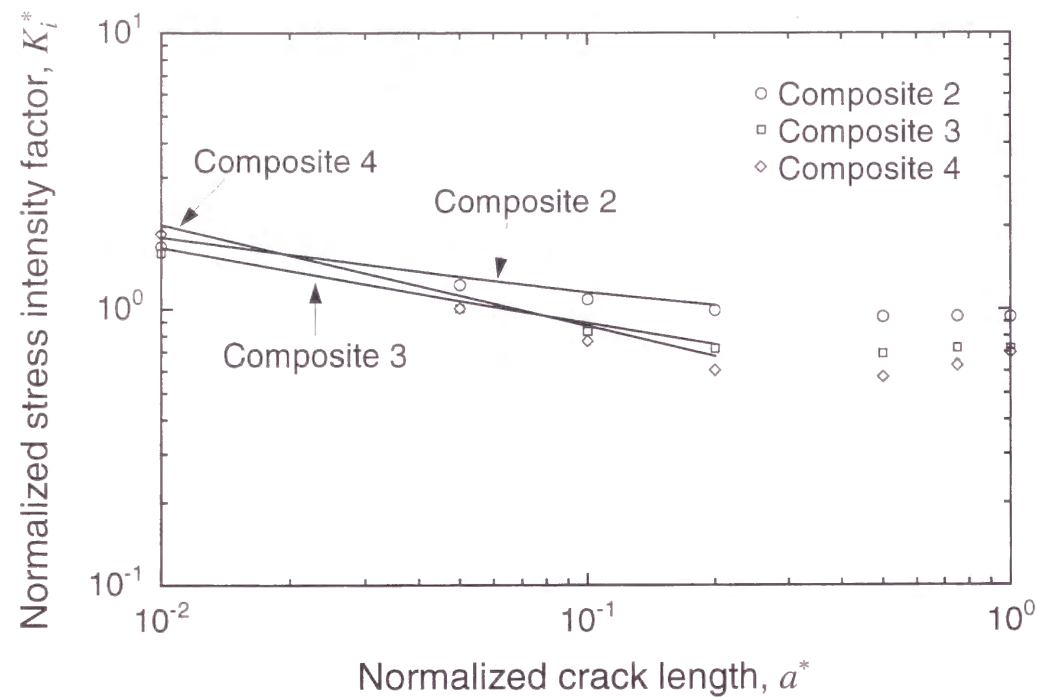


Fig.4-11 Comparison between  $K_i^*$  obtained by BEM and  $(K_i^*)_{est}$  by Eq.(4-11).

#### 4.4 結言

本章では、一方向繊維強化複合材料における端部き裂について 2 次元境界要素法による弾性応力解析を行い、フリーエッジ効果がき裂先端近傍の特異応力場に及ぼす影響について検討した。得られた結果は以下のように要約できる。

- (1) フリーエッジ効果がない場合には、マトリックスき裂、界面き裂のいずれも応力拡大係数は内部き裂のそれとほぼ一致する。
- (2) 端部マトリックスき裂では、フリーエッジ効果によってき裂先端近傍の応力は低下する。フリーエッジ効果が強い場合には、微視き裂の  $K_I^*$  は小さく、き裂長さとともに単調増加する。一方、同効果が強くない場合には、微視き裂の  $K_I^*$  は単調増加するが、き裂が長くなると減少する。いずれの場合も、き裂が長くなると  $K_I^*$  は一定値に収束する。
- (3) 端部界面き裂では、フリーエッジ効果によってき裂先端近傍の応力は上昇する。

微視き裂の無次元化応力拡大係数の値  $K_1^*$ ,  $K_2^*$ ,  $K_i^*$  は内部き裂よりも大きくなり、き裂長さとともに急激に減少する。き裂が長くなると、 $K_i^*$  は一定値に収束する。

- (4) 無次元化応力拡大係数の収束値は、マクロな変形が等しい均質直交異方性材料中のき裂のエネルギー解放率より推測することができる。
- (5) 繊維層厚さに比べて小さいき裂の応力拡大係数は、フリーエッジ効果による端面近傍応力分布（き裂がない場合）から求めることができる。

第 5 章 き裂先端近傍の応力場に及ぼす界面形状の影響  
(繊維に沿って湾曲した界面き裂の特異応力場解析)

5.1 緒言

前章までの解析では繊維強化複合材料を 2 次元積層板近似したが、実際の強化繊維は円柱形である。界面に沿ってき裂が伝ばすると、き裂は湾曲し、先端近傍では、き裂面と負荷方向の幾何学的関係が変化する。これによってき裂先端近傍の応力場は影響を受けると考えられるが、このような解析は未だなされていない。

本章では、3 次元有限要素法による弾性応力解析を行い、繊維に沿って湾曲した界面き裂先端近傍の特異応力場について検討した。

5.2 解析方法

5.2.1 解析モデル

円形断面をした実際の繊維強化複合材料における繊維－マトリックス界面の湾曲が界面き裂の応力拡大係数に与える影響を調べるため、マトリックス中に繊維が 1 本挿入された図 5-1 に示す直方体の応力解析を行った。繊維直径を  $d$ 、直方体の  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向の長さを  $W^* (=W/d) = H^* (=H/d) = L^* (=L/d) = 10$  とし、上下端に一様ひずみ  $\epsilon_0$  を負荷した。上側界面中央部に、 $xz$  平面投影形状が長軸長さ  $2a$ 、短軸長さ  $2c$  の楕円き裂を導入した。 $a^* (=a/d) = 0.3$  として  $c^* = 0.1, 0.3, 0.35, 0.45$ 、および  $c^* = 0.3$  として  $a^* = 0.05, 0.25, 0.3, 0.5, 0.6$  のき裂形状について応力解析を行った。ただし、次章の微小き裂観察に用いた材料に合わせて、繊維として表 5-1 に示す AS4、マトリックスとして表 5-2 に示すポリエーテルエーテルケトン (PEEK) の弾性定数[76,77]を用いた。また、応力の無次元化を行うため、あらかじめき裂がないモデルに同じひずみを負荷して解析を行い、負荷部分の一様応力  $\sigma_0$  を求めた。

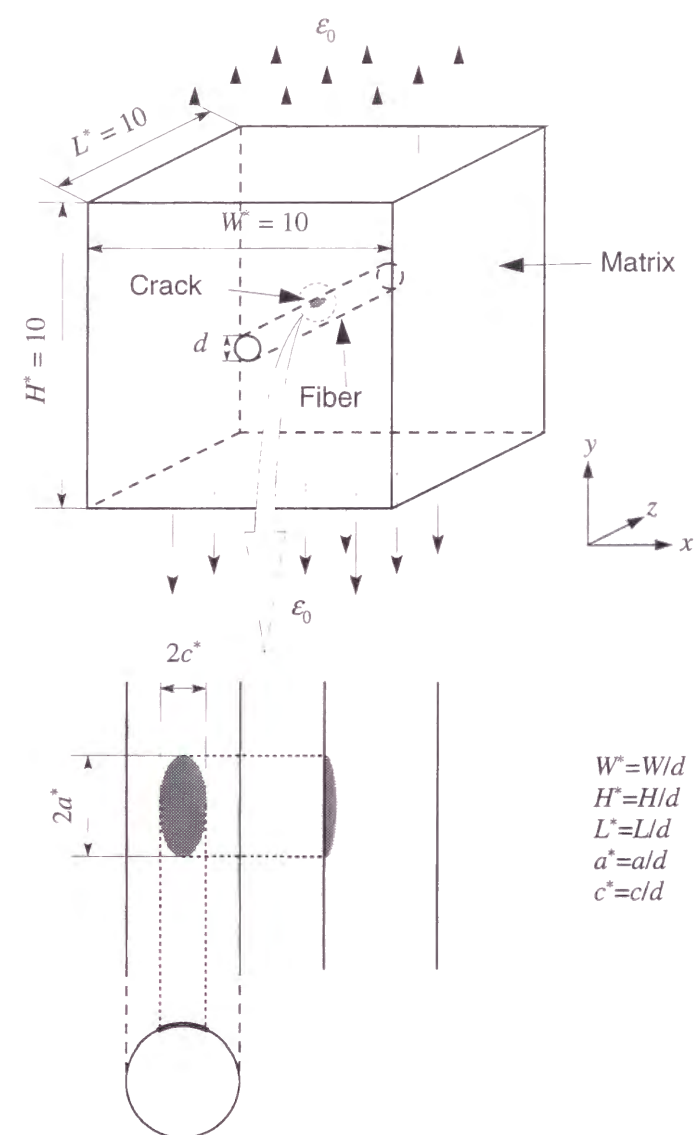


Fig.5-1 Composite with an inner interface crack.

Table 5-1 Elastic constants of fiber, AS4 at R.T..

$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$
235	17	55	0.25	0.27

Table 5-2 Elastic constants of matrix, PEEK at R.T..

$E$ (GPa)	$\nu$
3.9	0.35



解析には3次元有限要素法を用いた。対称性を考慮し、図5-1のモデルの1/4領域について、図5-2のように要素分割を行った。8節点6面体要素を使用しており、要素数は約23000、節点数は約25000である。

### 5.2.2 応力拡大係数の評価方法

界面き裂の応力拡大係数は図5-3に示すA点およびB点において求めた。A点の応力拡大係数の評価は、3章で述べた界面き裂に対する評価式(3-4)～(3-6)より求めた。

$$K_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\sigma_{y(\theta=0)} \cos Q + \tau_{yz(\theta=0)} \sin Q) \quad (3-4)$$

$$K_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\tau_{yz(\theta=0)} \cos Q - \sigma_{y(\theta=0)} \sin Q) \quad (3-5)$$

$$Q = \varepsilon \ln \frac{r}{l} \quad (3-6)$$

より求められる。ここで、 $\sigma_{y(\theta=0)}$ 、 $\tau_{yz(\theta=0)}$ は界面上の垂直応力およびせん断応力を表わし、基準長さ $l$ はき裂深さ $2a$ とした。

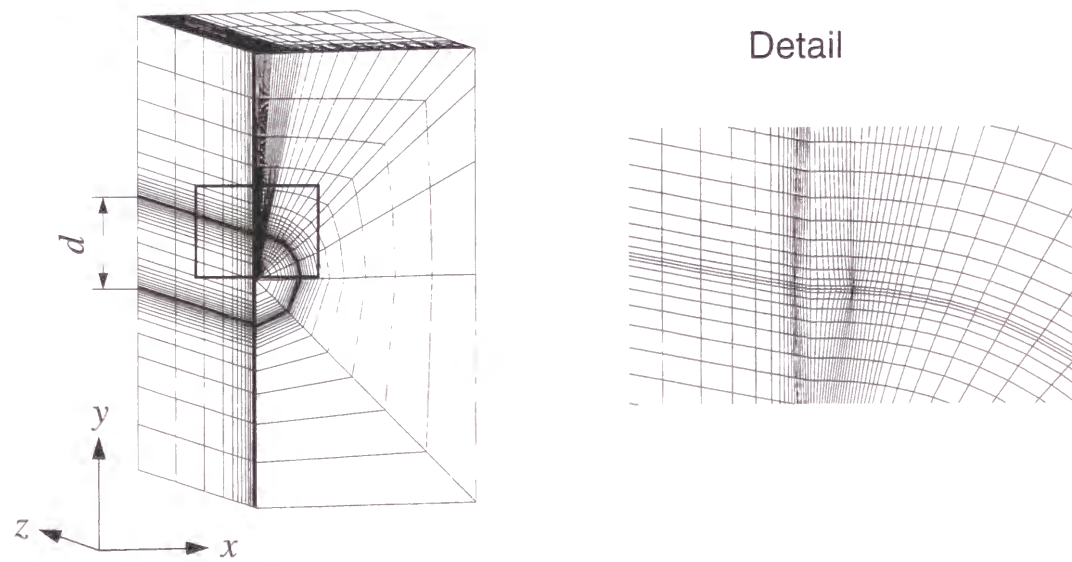


Fig.5-2 Finite elements.

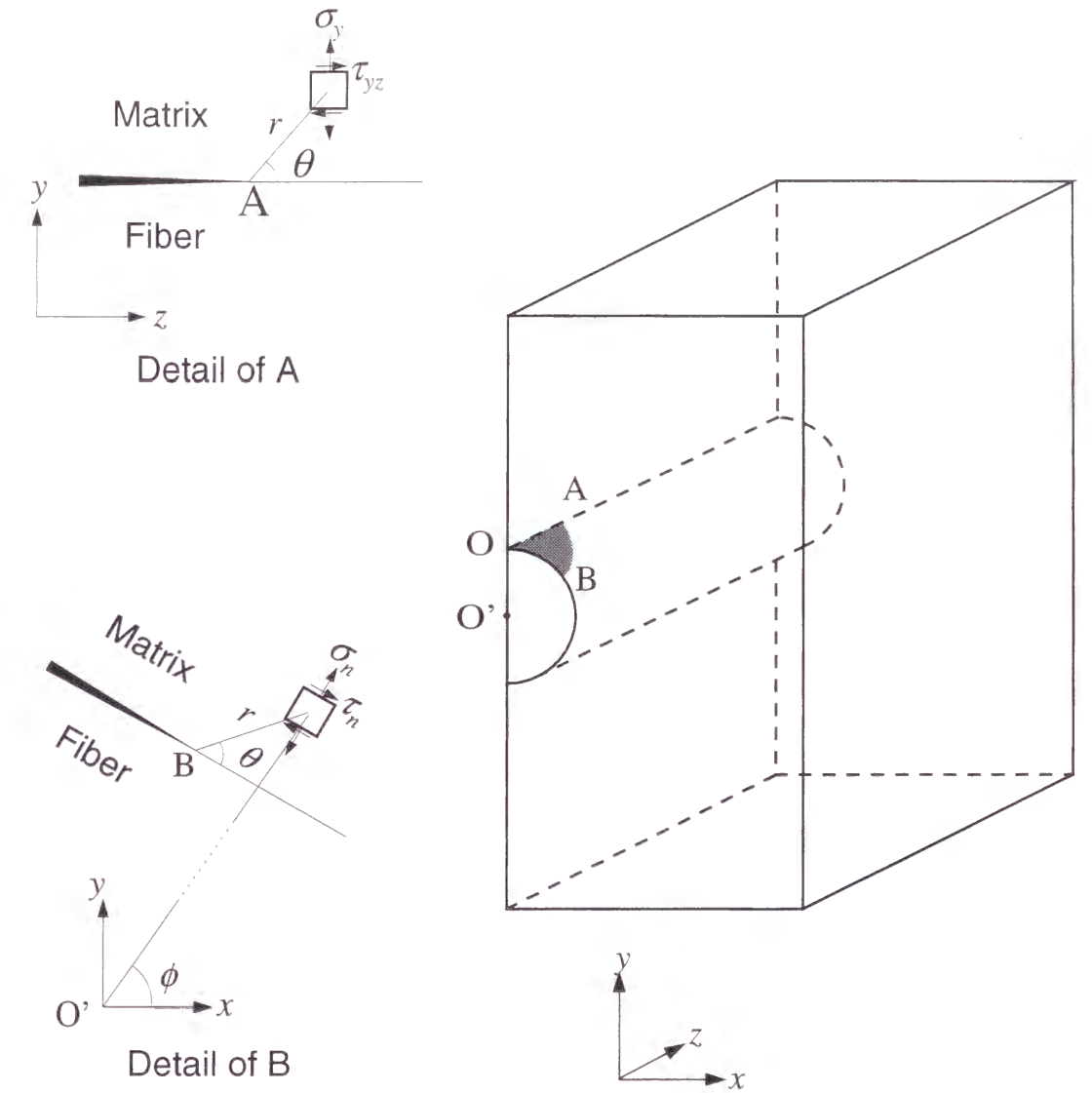


Fig.5-3 Local coordinates near crack tip.

B点では、き裂および界面は湾曲しているが、き裂先端近傍ではほぼ直線であるとみなし、次式より評価した。

$$K_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \sqrt{2\pi s} (\sigma_{n(\theta=0)} \cos Q + \tau_{n(\theta=0)} \sin Q) \quad (5-1)$$

$$K_2 = \lim_{s \rightarrow 0} \sqrt{2\pi s} (\tau_{n(\theta=0)} \cos Q - \sigma_{n(\theta=0)} \sin Q) \quad (5-2)$$

$$Q = \varepsilon \ln \frac{s}{l} \quad (5-3)$$

ここで、 $s$  は界面に沿ったき裂先端からの距離である． $\sigma_n$  は界面垂直方向の垂直応力， $\tau_n$  は界面に平行なせん断応力で，解析によって得られた直交座標系における  $\sigma_x$ ， $\sigma_y$ ， $\tau_{xy}$  から次式によって変換した[78]．

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \phi + \sigma_y \sin^2 \phi + 2\tau_{xy} \sin \phi \cos \phi \quad (5-4)$$

$$\tau_n = (-\sigma_x + \sigma_y) \sin \phi \cos \phi + \tau_{xy} (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \quad (5-5)$$

ただし、 $\phi$  は  $z = 0$  平面上において原点を中心とする極座標の角度， $\sigma_{n(\theta=0)}$  と  $\tau_{n(\theta=0)}$  は界面上における  $\sigma_n$  と  $\tau_n$  である．また，基準長さ  $l$  はき裂の弧の長さとした．

### 5.3 き裂先端近傍の応力分布と応力拡大係数の変化

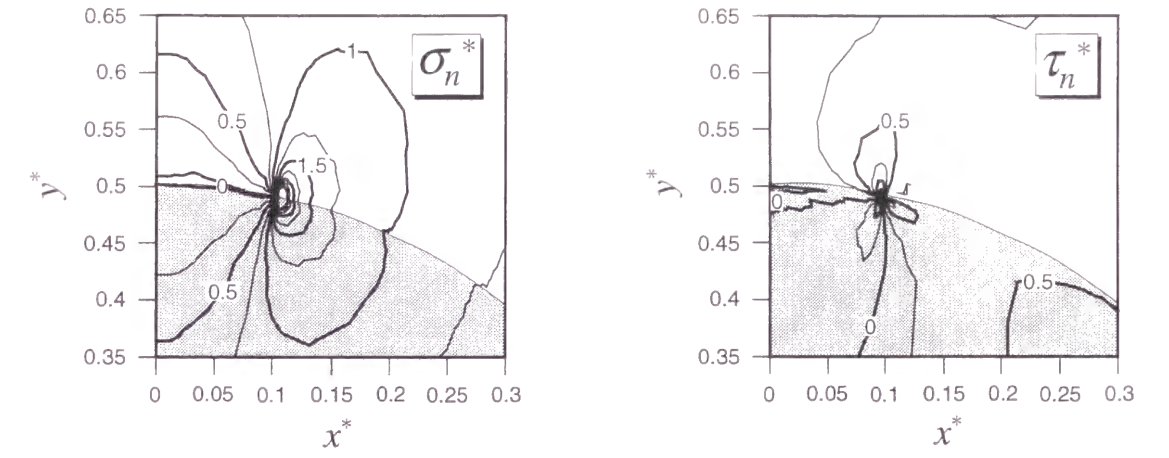
#### 5.3.1 円周方向

図 5-4 に  $z = 0$  平面上におけるき裂先端 B 点近傍の応力分布を示す．本図では、 $a^* = 0.3$  として； $c^*$  が異なる場合について示した．また，応力および座標に関しては

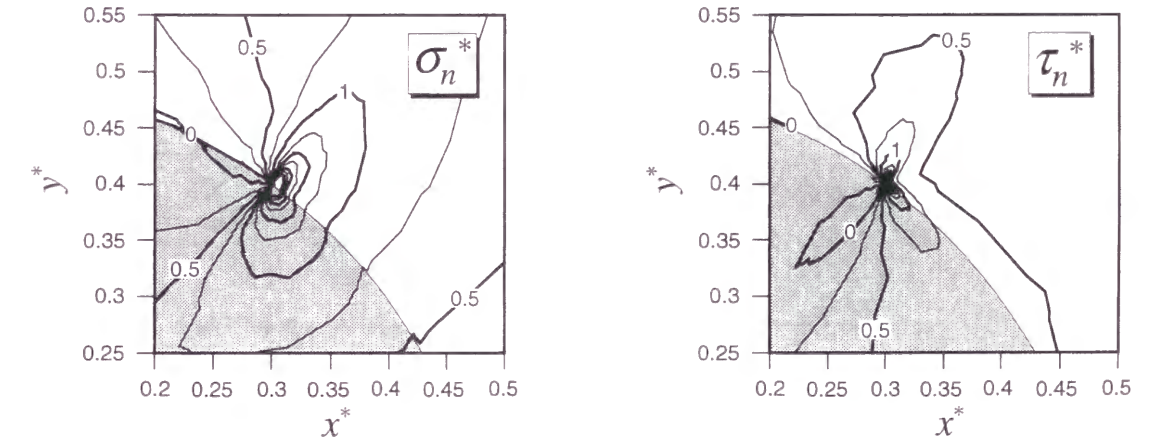
$$\sigma_n^* = \frac{\sigma_n}{\sigma_{y0}}, \quad \tau_n^* = \frac{\tau_n}{\sigma_{y0}}, \quad x^* = \frac{x}{d}, \quad y^* = \frac{y}{d} \quad (5-6)$$

と無次元化した． $c^*$  が短いとき ( $c^* = 0.1$ ) は，き裂先端近傍では垂直応力  $\sigma_n^*$  が大きいモード I 支配型の応力分布を示している． $c^*$  が大きくなるとその高応力域は小さくなる．一方， $c^*$  が小さいときには  $\tau_n^*$  の高い部分は小さいが， $c^*$  が大きくなる ( $c^* = 0.3$ ) とその高応力域が広がってモード II 支配型へと移行する． $c^*$  がさらに大きくなる ( $c^* = 0.45$ ) と， $\tau_n^*$  の高応力域の広がり  $c^* = 0.3$  に比べて逆に小さくなる．ただし， $\sigma_n^*$  の高応力域が急速に減少するのでモード II 支配がさらに強まる．このモード変化は， $c^*$  が小さいときはき裂面は負荷応力に対してほぼ垂直であるのに対して， $c^*$  が大きくなるとともにき裂が負荷応力方向になるためである．

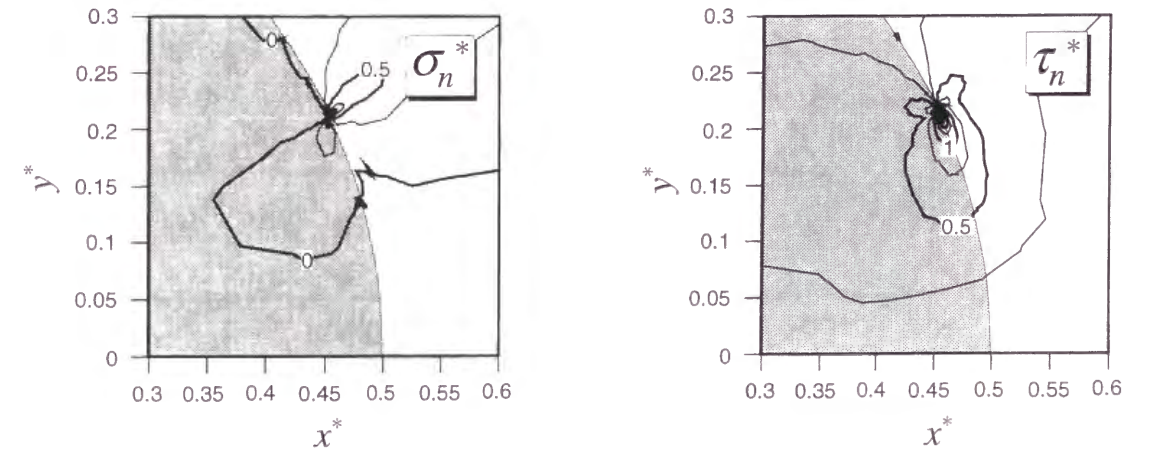
$a^* = 0.3$  として  $c^*$  を変化させた場合のき裂前方界面上の  $\sigma_n^*$  分布を図 5-5 に， $\tau_n^*$  分布を図 5-6 に示す．き裂先端近傍では， $\sigma_n^*$ ， $\tau_n^*$  ともに  $r^{1/2}$  の特異性を有している．



(a)  $c^* = 0.1$ .



(b)  $c^* = 0.3$ .



(c)  $c^* = 0.45$ .

Fig.5-4 Contour of  $\sigma_n^*$  and  $\tau_n^*$  on  $xy$ -plane near the crack tip B ( $a^* = 0.3$ ).

このことは、応力拡大係数の評価式として (5-4) および (5-5) が妥当であることを示している。  $c^* = 0.1$  と  $c^* = 0.3$  の場合には  $\sigma_n^*$  はほとんど同じであるが、  $c^* > 0.3$  では低下する。  $\tau_n^*$  も  $c^* = 0.3$  まではき裂長さに対して増加するが、その後はほぼ一定となる。

図 5-7 は、き裂幅  $c^*$  に対する円周方向応力拡大係数の変化を示す。ただし、応力拡大係数を

$$K_1^* = \frac{K_1}{\sigma_{y0}\sqrt{\pi c}}, \quad K_2^* = \frac{K_2}{\sigma_{y0}\sqrt{\pi c}}, \quad K_i^* = \frac{K_i}{\sigma_{y0}\sqrt{\pi c}} \quad (5-7)$$

と無次元化した。  $K_1^*$  と  $K_i^*$  は  $c^*$  に対して単調減少する。一方、  $K_2^*$  は  $c^* = 0.3$  までは単調増加し、それより大きくなるとわずかに減少する。  $c^*$  が小さいときは  $K_2^*$  に比べて  $K_1^*$  が大きいが、  $c^*$  が大きくなるとともに両者の差は小さくなり、  $c^* \geq 0.35$  では逆転する。界面き裂先端の応力場は混合モードであり、モード I またはモード II 成

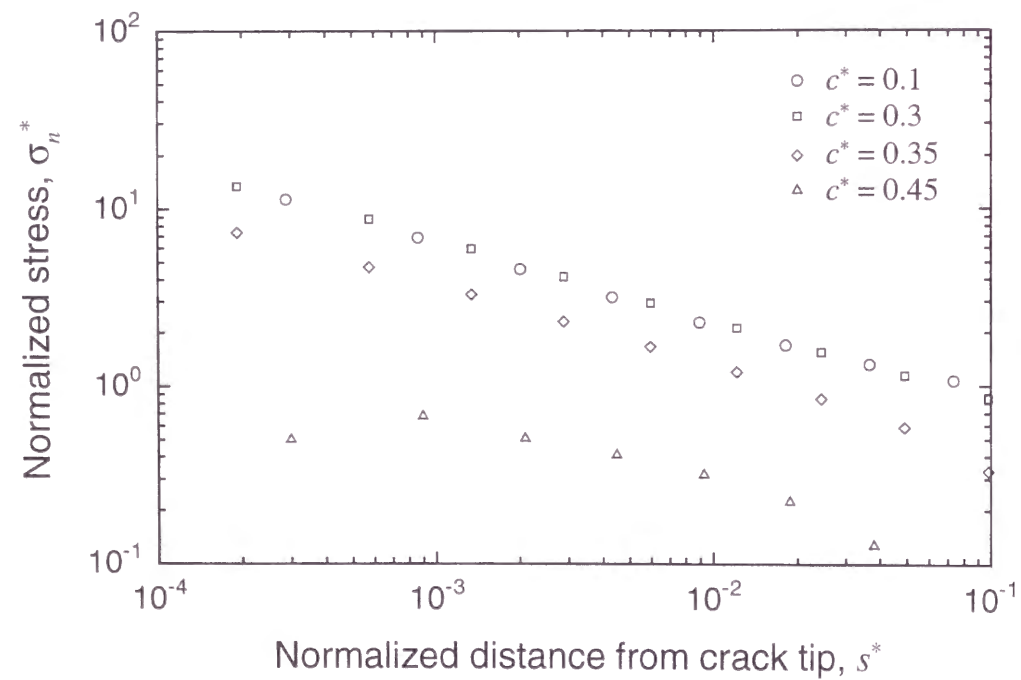


Fig.5-5 Distribution of  $\sigma_y^*$  near the crack tip B ( $a^* = 0.3$ ).

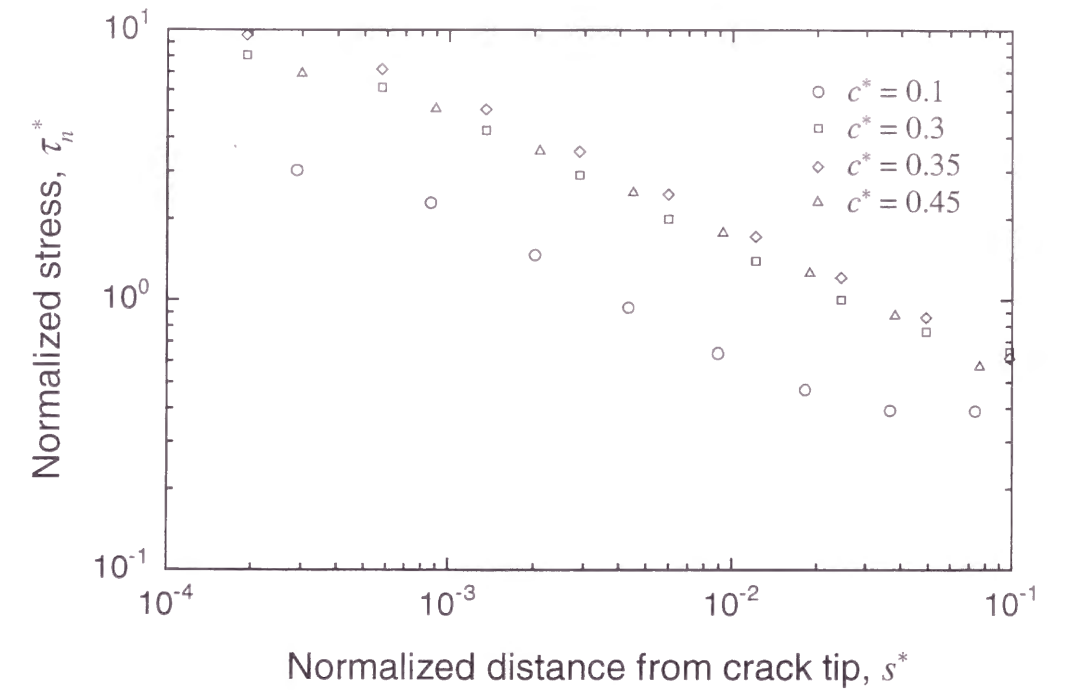


Fig.5-6 Distribution of  $\tau_n^*$  near the crack tip B ( $a^* = 0.3$ ).

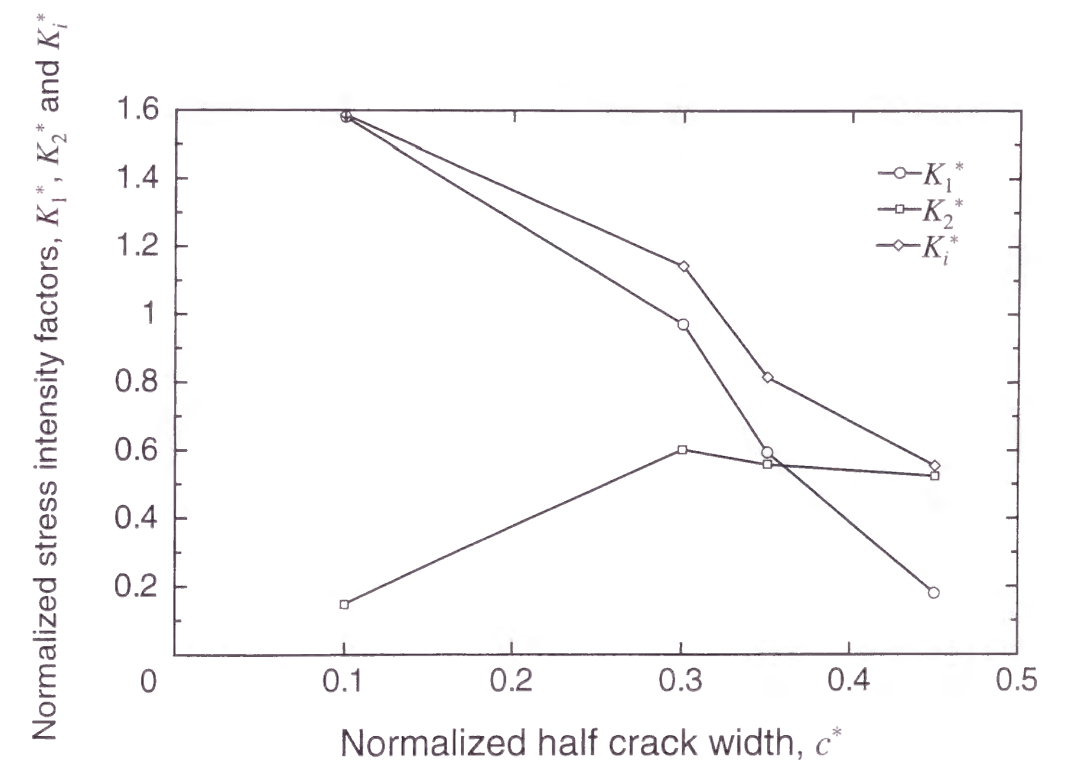


Fig.5-7 Change in stress intensity factor at the crack tip B ( $a^* = 0.3$ ).



分単独のパラメータで表わすことはできない。しかし、図 5-4 に示した応力分布が、 $c^*$  が小さいときはモード I 支配型、大きいときはモード II 支配型であることを考え合わせると、 $K_1$  がモード I 成分を、 $K_2$  がモード II 成分を支配していると考えられる。

### 5.3.2 長手方向

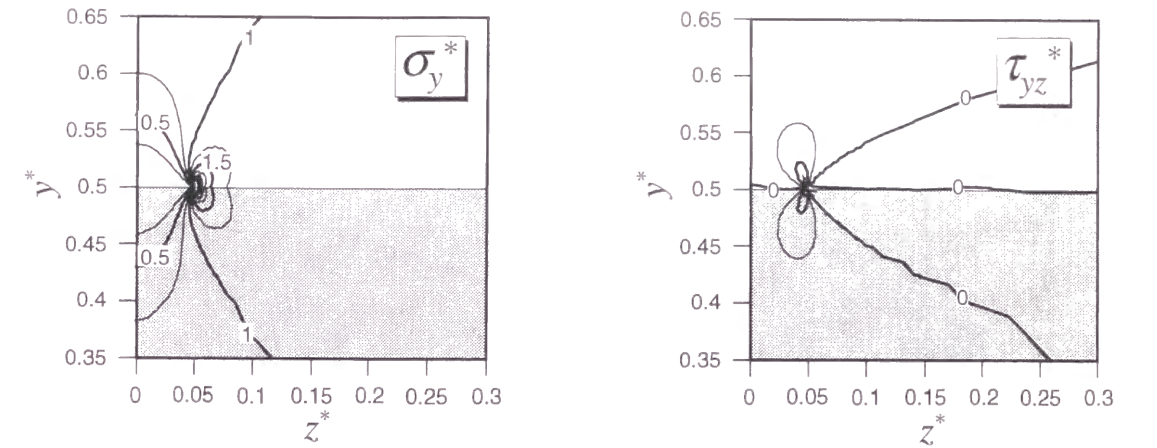
図 5-8 に  $x=0$  平面上におけるき裂先端 A 点近傍の応力分布を示す。本図では、 $c^* = 0.3$  として、 $a^*$  が異なる場合について示した。図 5-4 と同様に、応力に関しては  $\sigma_{y0}$  で、座標に関しては  $d$  で無次元化した。 $a^* = 0.05$  から 0.3 までは  $a^*$  が大きくなるとともに高応力域は大きくなるが、 $a^* = 0.3$  と 0.6 を比較すると、 $\sigma_y^* \geq 1.5$  の領域の大きさはほとんど変化がない。 $\tau_{yz}^* \geq 0.5$  の領域も、 $a^* = 0.3$  より大きくなるとその大きさはほとんど変わらない。

$c^* = 0.3$  として  $a^*$  を変化させた場合のき裂前方界面上の  $\sigma_y^*$  分布を図 5-9 に、 $\tau_{yz}^*$  分布を図 5-10 に示す。 $a^* \leq 0.3$  ではき裂長さとともに  $\sigma_y^*$  は増加するが、 $a^* = 0.3$  より大きくなるとき裂長さに対する依存性はほとんどなくなる。一方、 $\tau_{yz}^*$  は  $a^* = 0.2$  よりも大きくなるとわずかに低下する。

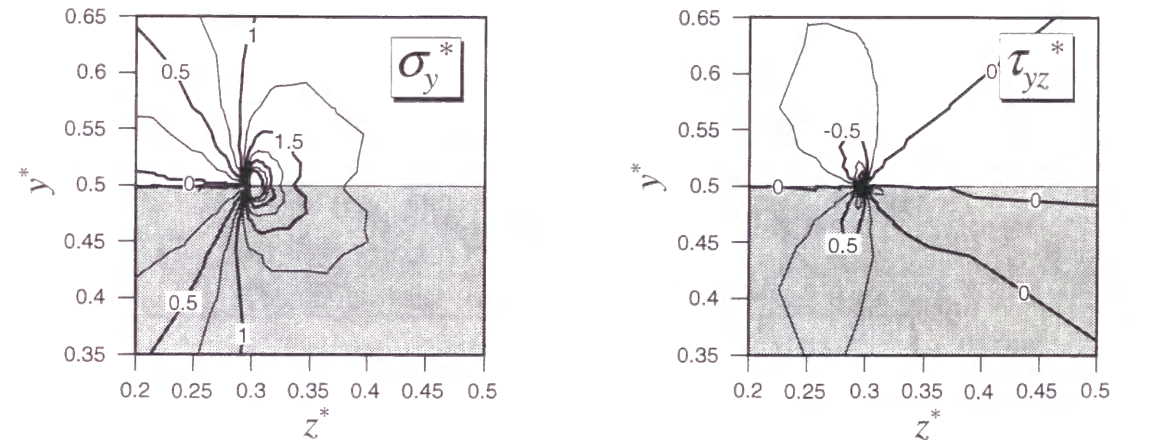
繊維の軸に沿った方向の応力拡大係数のき裂深さ  $a^*$  に対する変化を図 5-11 に示す。本図では応力拡大係数を

$$K_1^* = \frac{K_1}{\sigma_{y0}\sqrt{\pi a}}, \quad K_2^* = \frac{K_2}{\sigma_{y0}\sqrt{\pi a}}, \quad K_i^* = \frac{K_i}{\sigma_{y0}\sqrt{\pi a}} \quad (5-8)$$

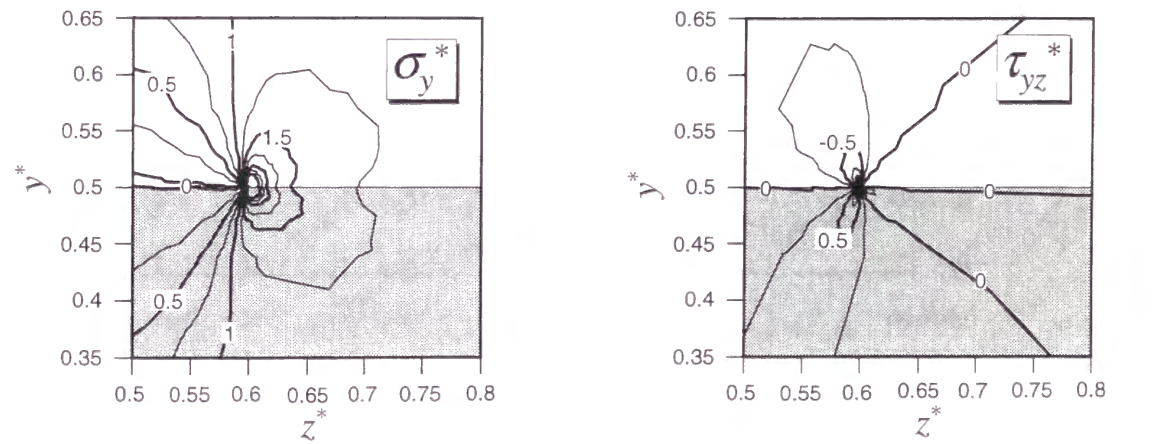
のように無次元化した。 $K_1^*$ 、 $K_i^*$  は  $a^*$  とともに単調減少する傾向にある。 $K_2^*$  は  $a^*$  が変化してもほとんど変わらないが、 $K_1^*$  や  $K_i^*$  に比べるとかなり小さい。 $a^*$  の値にかかわらず応力分布はモード I 支配型であり、 $K_1^*$  がモード I 成分を支配していることがわかる。



(a)  $a^* = 0.05$ .



(b)  $a^* = 0.3$ .



(c)  $a^* = 0.6$ .

Fig.5-8 Contour of  $\sigma_y^*$  and  $\tau_{yz}^*$  on yz-plane near the crack tip A ( $c^* = 0.3$ ).

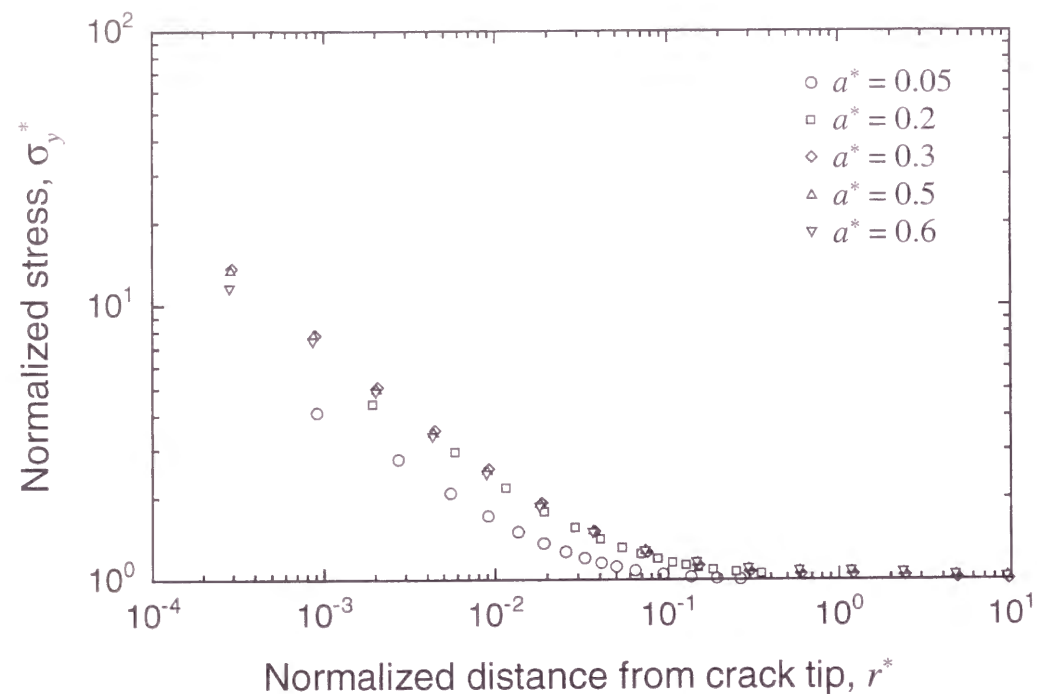


Fig.5-9 Distribution of  $\sigma_y^*$  near the crack tip A ( $c^* = 0.3$ ).

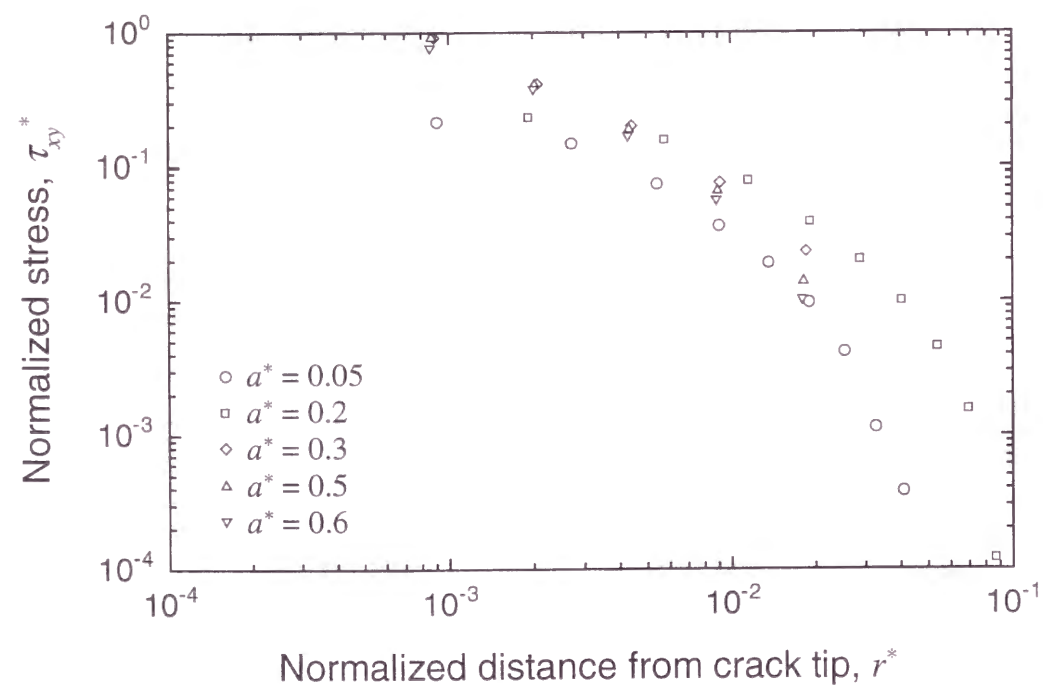


Fig.5-10 Distribution of  $\tau_{xy}^*$  near the crack tip A ( $c^* = 0.3$ ).

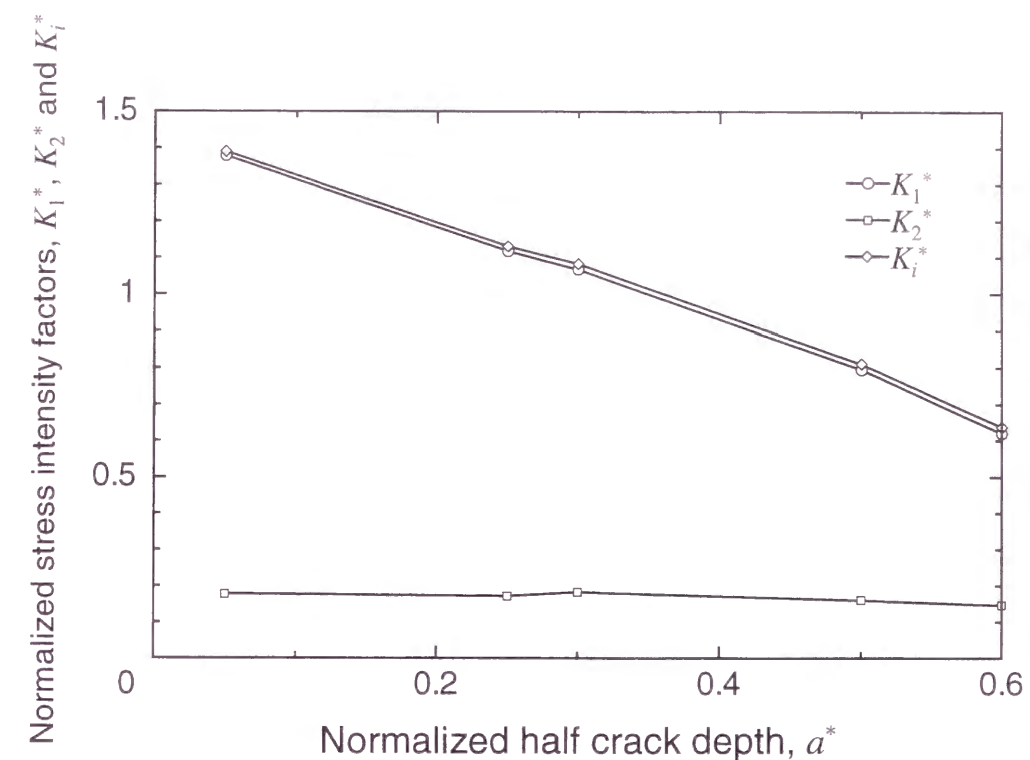


Fig.5-11 Change in stress intensity factors at the crack tip A ( $c^* = 0.3$ ).

#### 5.4 結言

本章では、円筒状の繊維とマトリックスの界面上に楕円き裂が存在し、繊維垂直方向に引張負荷を受ける場合について3次元有限要素法による弾性応力解析を行い、き裂先端の応力特異場に及ぼす界面形状の影響について検討した。得られた結果は以下のように要約できる。

- (1) 繊維に垂直な断面上でのき裂先端近傍応力分布は、き裂幅  $c$  が小さいときはモード I 支配型、大きいときはモード II 支配型となる。
- (2) 繊維円周方向に沿った無次元化応力拡大係数  $K_1^*$  および  $K_i^*$  はき裂幅とともに単調減少する。 $K_2^*$  は  $c^* = a^*$  までは単調増加し、その後わずかに減少する。 $c^*$  が小さいときは  $K_2^*$  に比べて  $K_1^*$  が大きく、 $c^*$  が大きくなると逆に  $K_2^*$  の方が大きくなる。

- (3) 繊維長手方向のき裂先端近傍応力分布は，き裂長さによらずモード I 支配型となる． $a^* = c^*$  まではき裂先端の高応力域が  $a^*$  とともに広くなるが，それ以降はほとんど変化しない．
- (4) 繊維長手方向の無次元化応力拡大係数  $K_1^*$  および  $K_I^*$  は  $a^*$  とともに単調減少する．一方， $K_2^*$  は  $K_1^*$  に比べて非常に小さく，その値はほとんど変化しない．

## 第 6 章 微小き裂の発生と伝ぱに及ぼす複合構造の影響に関する実験観察

### 6.1 緒言

エポキシをマトリックスとする CFRP は最も広く用いられているが，耐熱性やじん性の低さに問題がある．じん性を改善するため，芳香族ポリエーテル樹脂やポリイミド樹脂などをマトリックスとした CFRP が開発されている[79,80]．高じん性マトリックスを用いると，複合材料のき裂に対する耐性が高くなり，き裂が発生しても瞬時に破断には至らない．この場合，微小き裂の発生・伝ぱが材料全体の破壊特性を支配するため，その挙動を解明することが重要である．とりわけ，前章までの解析結果から小さなき裂は複合効果の影響を強く受けると考えられるが，実験・観察によってこれを詳細に検討した例はない．

本章では，微小き裂に及ぼす複合構造の影響を実験的に明らかにすることを目的として，マトリックスのじん性が異なる 2 種類の一方向強化 CFRP 積層板に横方向引張負荷を与え，微視破壊プロセスについて検討した．

### 6.2 実験方法

#### 6.2.1 供試材および試験片

供試材は，熱可塑性樹脂ポリエーテルエーテルケトン（PEEK）を炭素繊維 AS4 で一方向に強化したプリプレグ 24 層を加圧成形した板厚約 3mm の一方向強化積層板（APC-2，ICI 社製），および，熱硬化性樹脂エポキシを炭素繊維 HTA で一方向に強化したプリプレグ 100 層を加圧成形した板厚約 3mm の一方向強化積層板（Q-1112，東邦レーヨン製）である．繊維含有率は，AS4/PEEK が 62%，HTA/EPOXY が 55% である．応力軸に対する繊維配向角が  $90^\circ$  となるように，図 6-1 に示す試験片を積



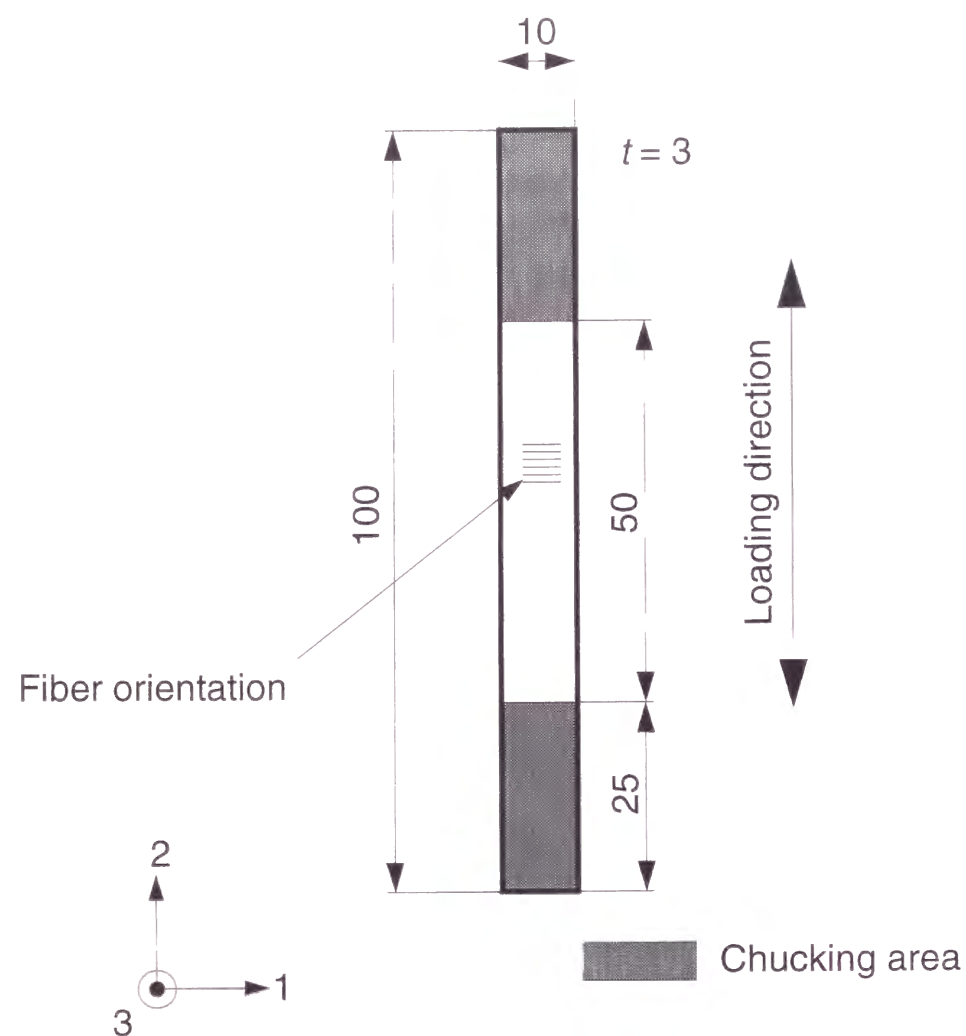


Fig.6-1 Shape and size of specimen (in mm).

層板より採取した、微小き裂の様相を観察するため、試験片側面（繊維の横断面が見える面）はダイヤモンドペーストで鏡面に仕上げた。

### 6.2.2 実験装置および実験条件

引張試験は、電気-油圧サーボ方式疲労試験機（荷重容量 4900N）を用いて実施した。試験片は、図 6-2 に示す金属製のチャックを用いて、試験片の長手方向と荷重方向が一致するように試験機のプルロッドに固定した。試験片両端 25mm をつかみ部とし、試験片とつかみ具の間にエメリー紙をはさんですべりを防いだ。引張ひずみは、試験片の表裏 2 面に貼ったひずみゲージにより測定した。この際、ダミー

ゲージによって温度補償を行った。引張試験は、各材料とも室温 (293K)、大気中、公称応力制御にて実施した。

AS4/PEEK では 2 本の試験を行った。1 本目は既定応力レベルで試験を中断（除荷）して試験片側面における微小き裂の様子を調べた（Test I）。応力速度 200MPa/min で中断応力まで負荷し、その応力で 2 秒間保持した後、30 秒かけて除荷した。試験機より試験片を取り外し、側面に発生した微小き裂を光学顕微鏡で観察した後、再び引張試験に供した。試験片が破断するまでこの操作を繰返した。中断応力は 30, 50, 70, 80MPa, それ以降は 2MPa ごととした。観察は、試験片両側面の両端チャッキング部分を除く全領域について倍率 200 倍で行った。また、試験片破断後は、図 6-3.

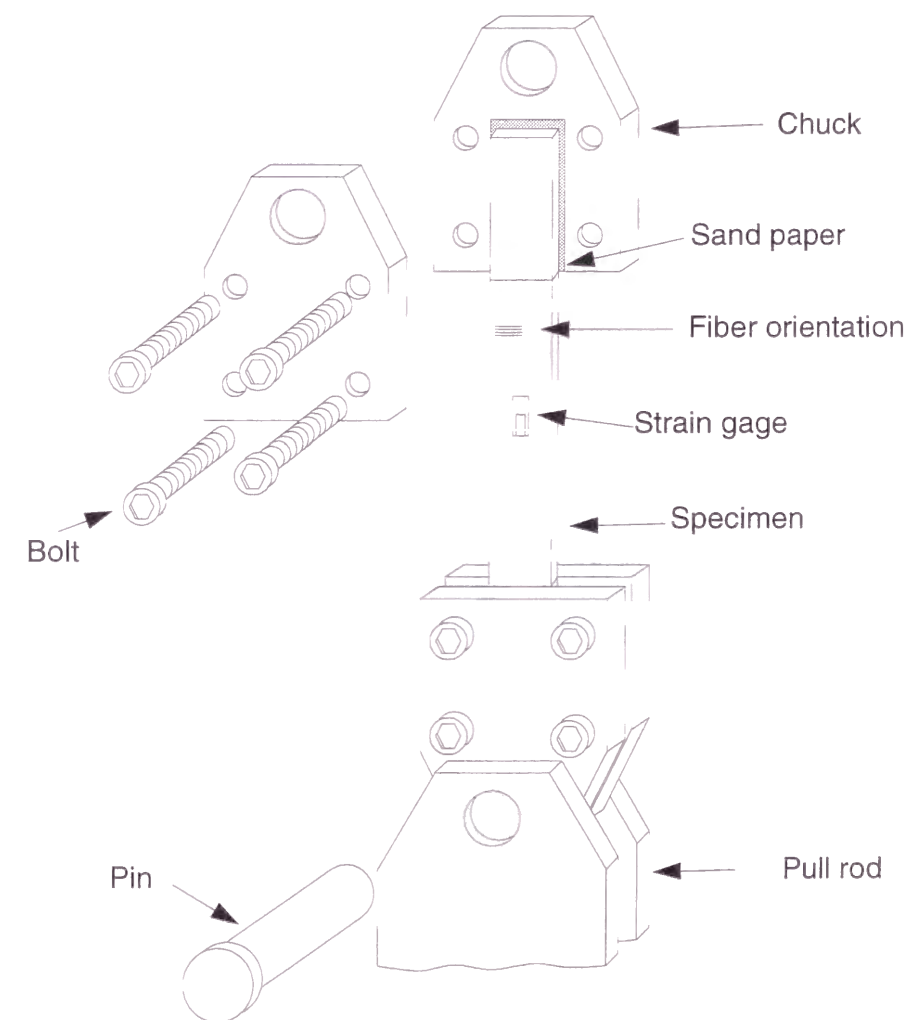


Fig.6-2 Specimen and chuck.

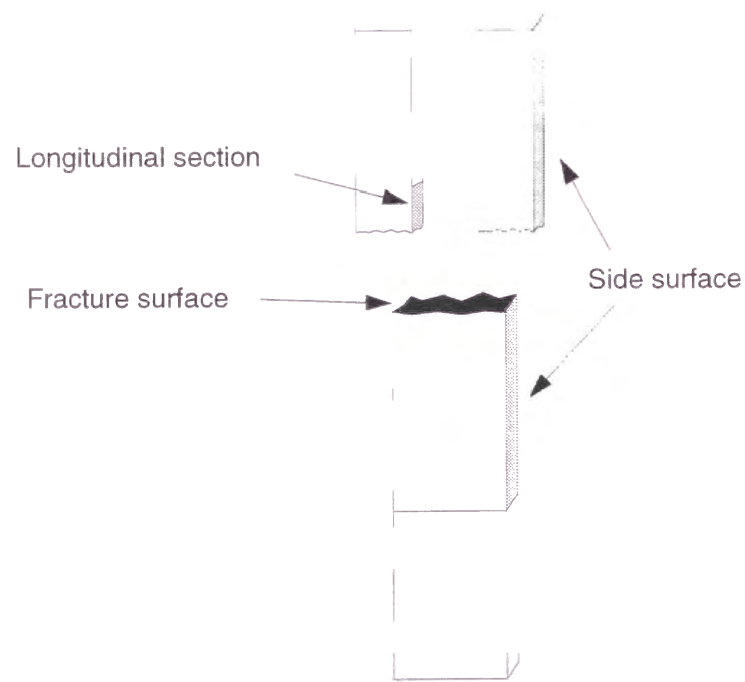


Fig.6-3 Observation area.

に示すように中央部を長手方向に切断し、切断面をダイヤモンドペーストで研磨した後、光学顕微鏡を用いて内部き裂の有無を観察した。さらに、破面を走査型電子顕微鏡（SEM）を用いて観察した。

2 本目は、試験片側面上に発生した微小き裂の内部形状と寸法を測定するため、破断応力より低い 90MPa まで中断無しに負荷した後、観察に供した（Test II）。Test I と同じ応力速度で負荷・除荷後、側面上のき裂を走査型電子顕微鏡（SEM）で観察した。この際、ダイヤモンドペーストを用いて側面を約 1 $\mu$ m ずつ研磨し、き裂の深さを測定した。なお、研磨量は、あらかじめ側面に導入しておいたビッカース圧痕の寸法の変化によって評価した。

HTA/EPOXY では試験は 1 本のみであり、負荷/中断/観察/再負荷の手順を破断するまで繰り返した。中断応力は、20MPa, 30MPa, 40MPa, 45MPa, 50MPa, それ以降

は 1MPa ごととした。

### 6.3 AS4/PEEK に関する実験結果および考察

#### 6.3.1 微視破壊プロセス

Test I における応力－ひずみ線図を図 6-4 に示す。図中の○印は中断点を表わす。応力－ひずみ関係は破断まではほぼ線形を保ち、ぜい性的な破壊様相を示している。

応力  $\sigma$  が 80MPa（破断応力の約 85%）に達すると、試験片側面上に微小き裂が集団で発生する。本論文では、この領域を「き裂領域」と呼ぶ。き裂領域は試験片側面上のエッジ部近傍に発生する。図 6-5(a) はき裂領域の一つであり、図 (b) は図 (a) に矢印で示した微小き裂の拡大写真である。き裂は各繊維－マトリックス界面に発生しており、複数の繊維にわたって伸びているき裂はほとんどない。

き裂領域の個数は引張応力に伴って増加する。図 6-6 は試験片側面におけるき裂領域の位置とその領域内に含まれる微小き裂の数を示す。き裂領域は破断時には 13

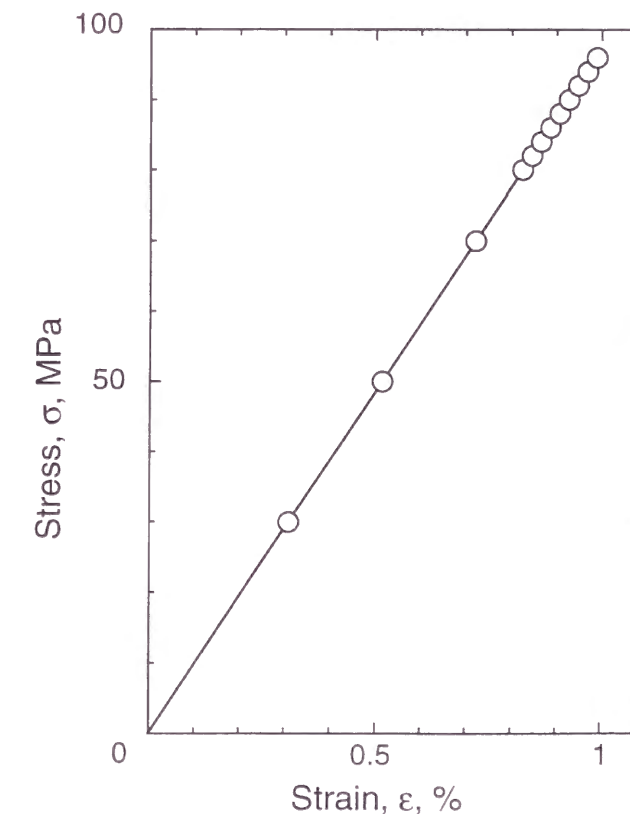
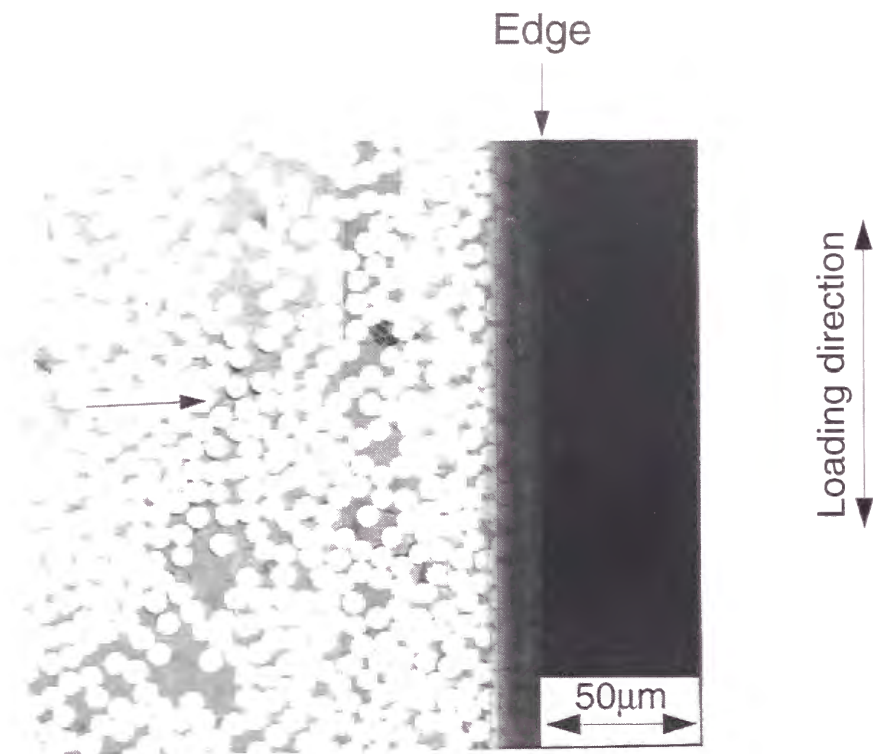
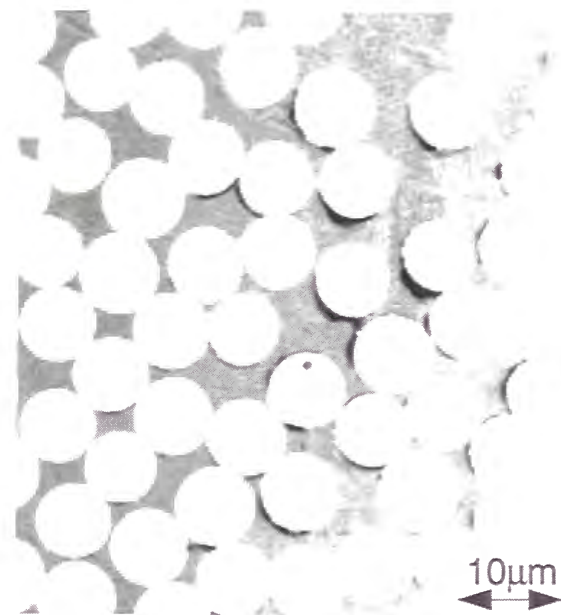


Fig.6-4 Stress strain curve in AS4/PEEK.



(a) Crack region near the edge of specimen.



(b) Magnification of (a).

Fig.6-5 Morphology of small cracks in AS4/PEEK.

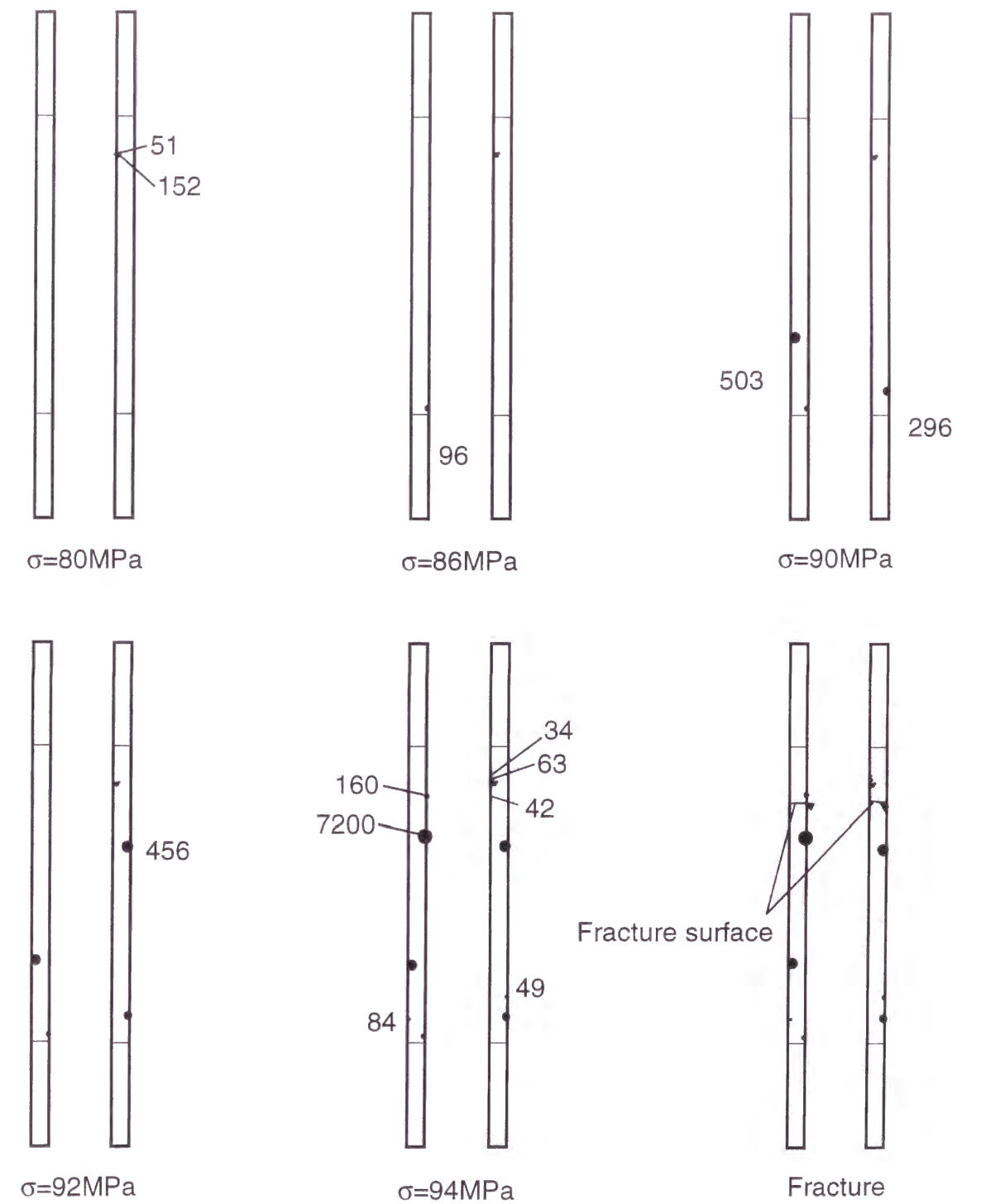


Fig.6-6 Position of crack areas and the number of small interface cracks in them in AS4/PEEK.



個に達しており，発生時期やその大きさ（約  $0.005\text{mm}^2$  から  $0.4\text{mm}^2$ ）にもばらつきが認められる．ただし，図 6-7 に例を示すように，き裂領域は応力の増加とともに拡大することではなく，領域内のき裂数やき裂分布にも変化はない．すなわち，すべてのき裂が三日月状になって停留している．

Test IIにおいて観察された一つのき裂領域内の微小き裂の長さ分布を図6-8に示す．ただし，き裂長さはき裂両端を結ぶ弦の長さとした．き裂長さは  $4\sim 5\mu\text{m}$  を中心に分布しており，すべて繊維直径（ $7\mu\text{m}$ ）以下である．一方，図 6-9 は同じ微小き裂群の深さ分布を示す．深さは  $2\sim 3\mu\text{m}$  を中心に分布しており，平均値は約  $2.5\mu\text{m}$ （繊維直径の約 0.35 倍）である．したがって，応力軸に垂直な方向に投影すると，き裂はほぼ半円形である．図以外のき裂領域内の微小き裂についても，ほぼ同様の結果が得られた．

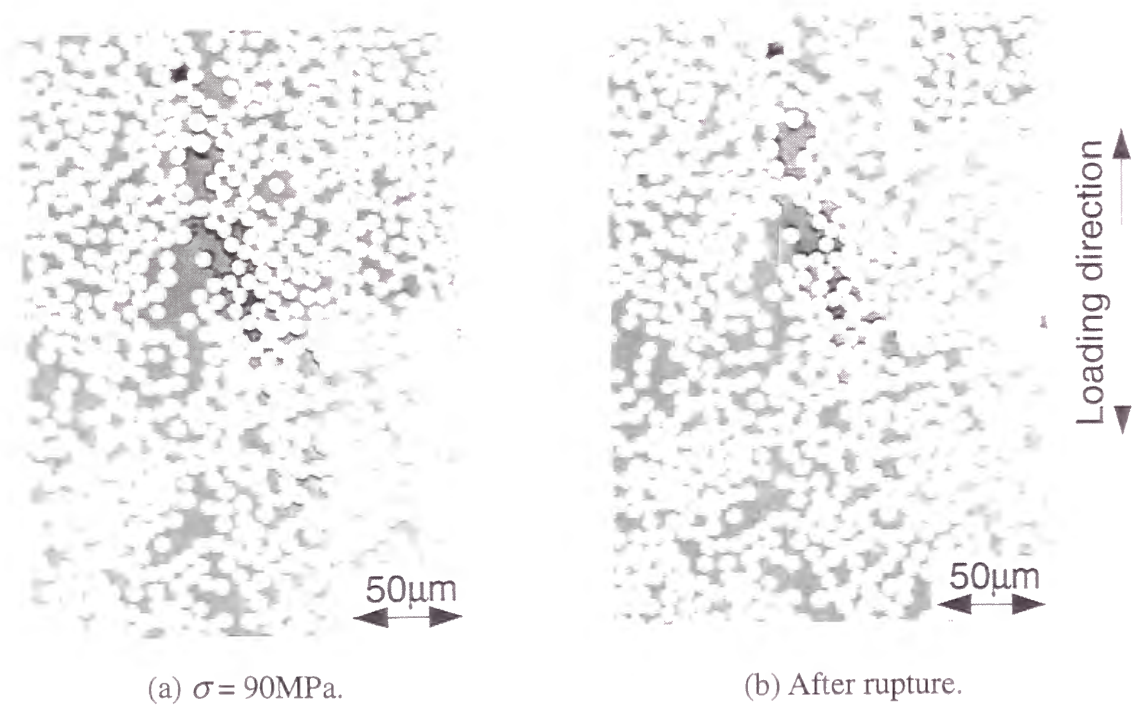


Fig.6-7 Comparison between morphology of interface crack at  $\sigma = 90\text{MPa}$  and that after rupture in AS4/PEEK.

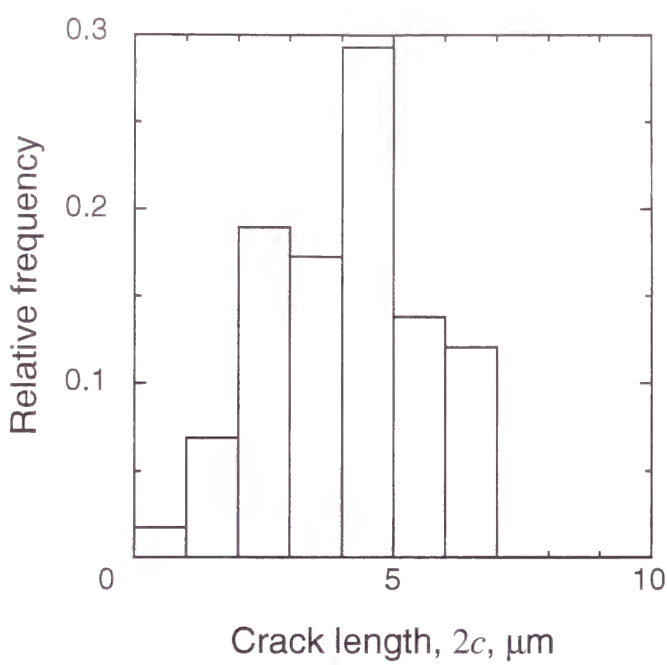


Fig.6-8 Distribution of crack length in AS4/PEEK.

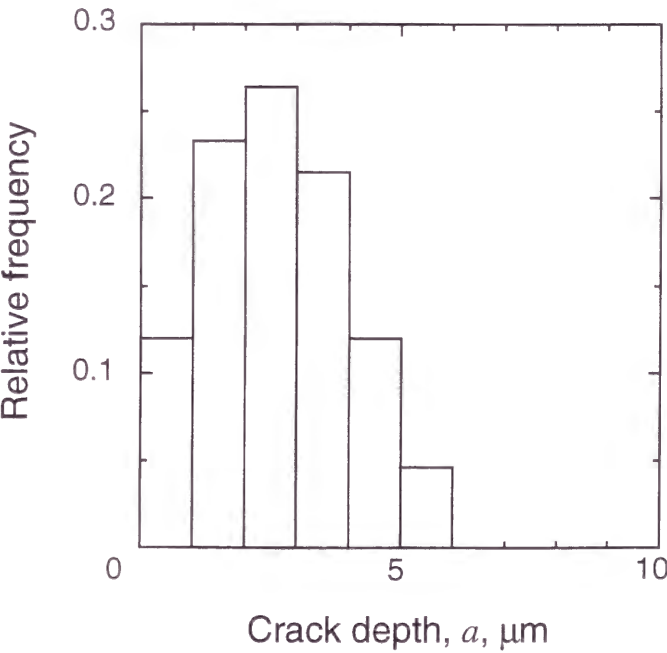


Fig.6-9 Distribution of crack depth in AS4/PEEK.

図 6-10 に SEM 写真を示すように，破面ではマトリックス破壊と繊維やその脱落痕が認められる界面破壊が明瞭に分離できる．なお，破面は応力軸に対してほぼ垂直である．図 6-10 のスケッチは，マトリックス破壊と界面破壊の分布を示す．本図

は、破断をもたらした主き裂（界面き裂）がエッジ部から広がり、側面から約 2.8mm 内部にまで至ったことを示唆している。また、破面上では図 6-11 に示すような繊維破断が認められ、繊維架橋が生じていたと考えられる。

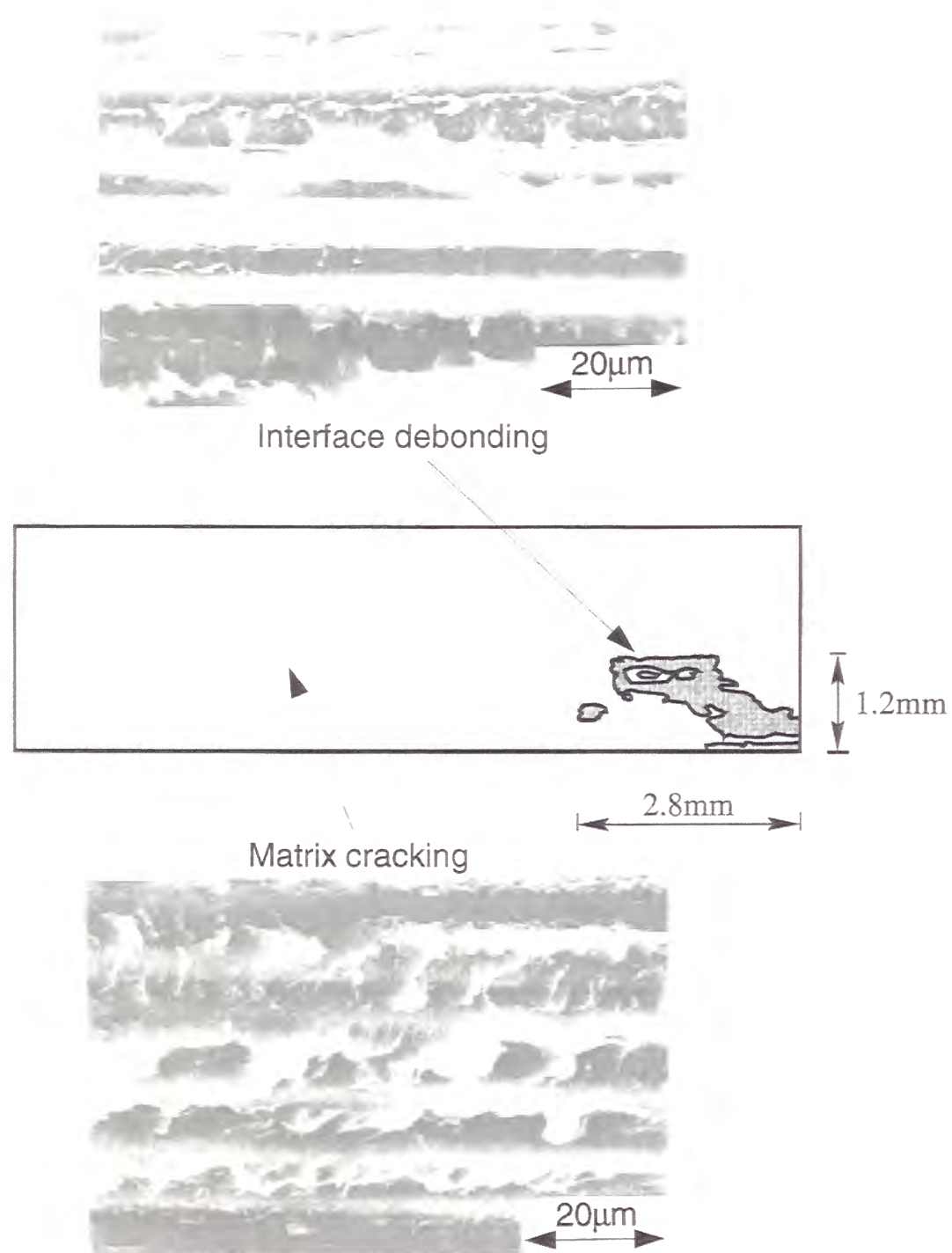


Fig.6-10 Regions of matrix fracture and interface debonding on the fracture surface in AS4/PEEK.

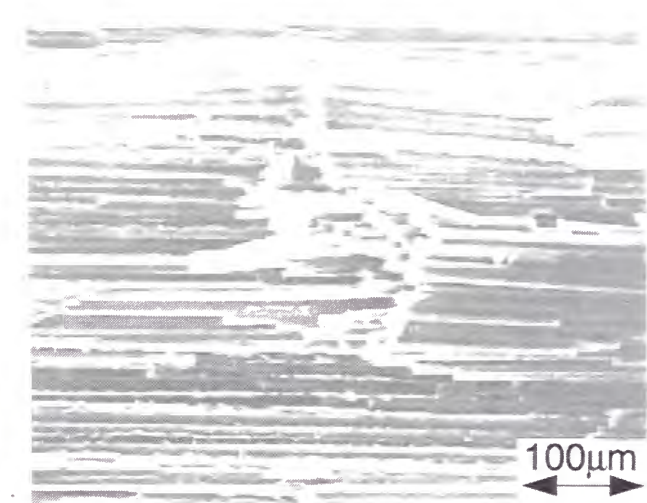


Fig.6-11 Fiber breaking on the fracture surface in AS4/PEEK.

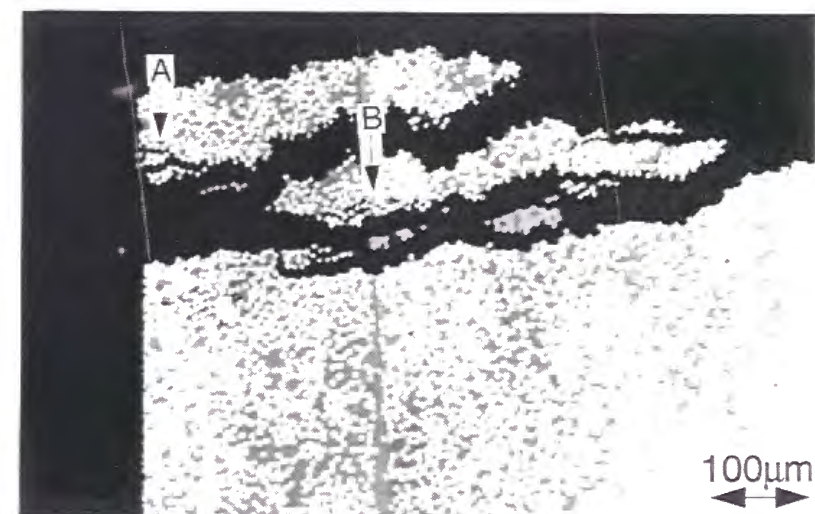


Fig.6-12(a) Side surface near the main crack in AS4/PEEK.

破断をもたらした主き裂が発生した部分の試験片側面の様相を図 6-12 に示す。エッジ部近傍にき裂が連なる領域（矢印）が認められ、界面に沿って発生した微小き裂が 1 繊維界面を越えて合体したことを示している。すなわち、主き裂は新たに形成されたき裂領域中の隣接する繊維周囲に発生したき裂が連なって形成されたことを示している。なお、試験片内部においては界面微小き裂やそれらが合体して形成されたき裂は認められなかった。



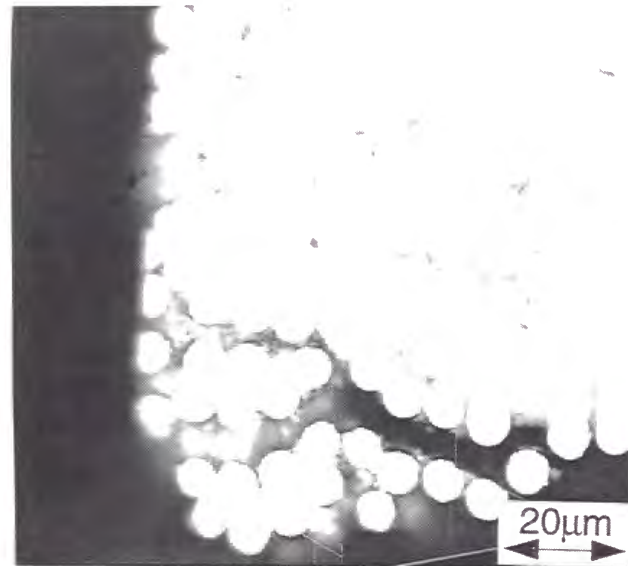


Fig.6-12(b) Magnification of A.

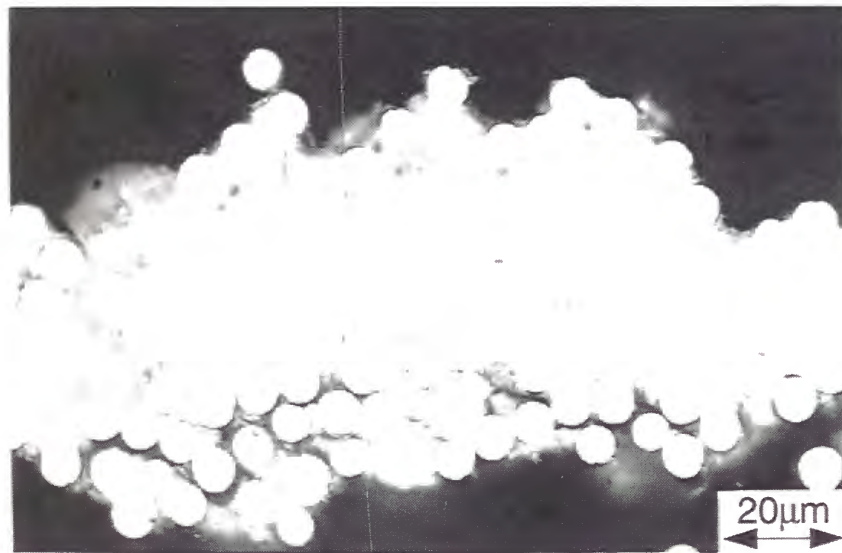


Fig.6-12(c) Magnification of B.

### 6.3.2 微小き裂の発生

き裂のない平滑材であっても、フリーエッジ効果によって端部では応力場が特異となる。AS4 および PEEK の弾性定数（第 5 章表 5-1）から、付録 B によって応力特異性のオーダーを求めると、 $\lambda = 0.302$  となる。これは、第 4 章で検討した Composite 3 ( $\lambda = 0.277$ ) と Composite 4 ( $\lambda = 0.366$ ) の間にあり、図 4-4(a) に示した界面上の応力分布から、界面端近傍での応力は内部一様応力より高く、特異応力場が現れることがわかる。また、マトリックスの PEEK はじん性が高いため、本材はマトリックス破壊しにくい。これらの要因から本材では界面上にき裂が発生したと考えられる。

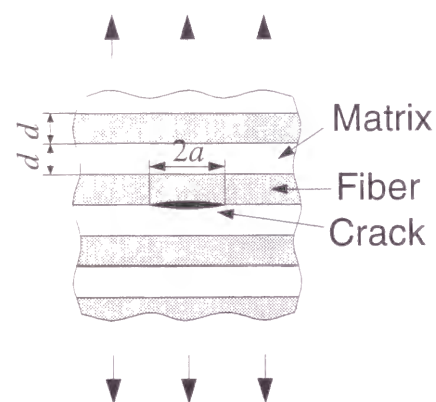
### 6.3.3 微小き裂の停留

本材の破壊プロセスにおける大きな特徴は、界面上に集団となって発生した多数の微小き裂が一旦停留することである。その原因として、図 6-13 に示すように、(a) 材料の複合効果、(b) フリーエッジ効果、(c) 多数き裂の応力緩和効果、(d) 界面の湾曲効果、があげられる。(a) は、き裂寸法が繊維直径程度の場合に、弾性係数が大きく異なるマトリックスと繊維の複合が特異な応力拡大係数変化をもたらす効果である。(b) は、界面と表面が会合する部分の特異応力場が微小き裂の応力拡大係数に及ぼす影響である。(c) は多数のき裂が隣接して発生するとき裂同士が相互に干渉し、それによって個々のき裂の応力拡大係数が単一き裂の場合に比べて減少し、き裂伝ぱが抑制される効果である。(d) は繊維-マトリックス界面が円筒状であるため、発生き裂も曲面となるための効果である。これらの効果については、第 3 章～第 5 章で BEM および FEM による解析を行ってきた。その結果を整理して図 6-14 に示す。ただし、応力拡大係数は、 $\sigma_{y0}\sqrt{\pi d}$  で無次元化して  $K'$  として表示した。第 3 章～第 5 章における無次元化応力拡大係数は  $K_i^* = K_i/\sigma_{y0}\sqrt{\pi a}$  であり、基準量が異なっていることに注意されたい。なお、 $a^*$  は  $a/d$  である。

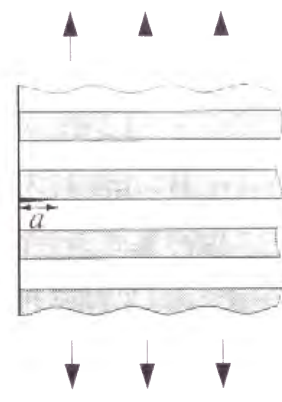
#### (a)材料の複合効果 (3 章)

き裂が小さいときはき裂長さの 1/2 乗に比例して増加するが、 $a^* = 1$  付近でき裂長さに対する  $K_i'$  の増加が減少する。しかし、 $K_i'$  は  $a^*$  に対して増加し続けている。し

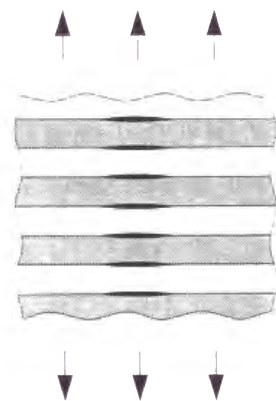




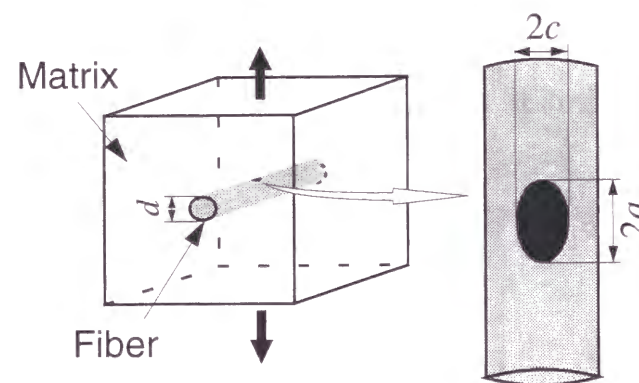
(a) Effect of composite.



(b) Effect of free edge.



(c) Effect of multiple cracks.

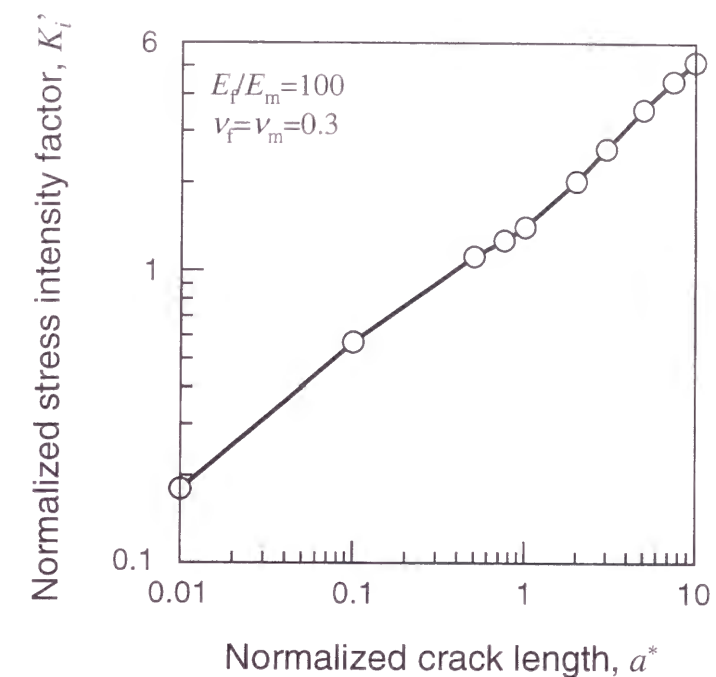


(d) Effect of interface shape.

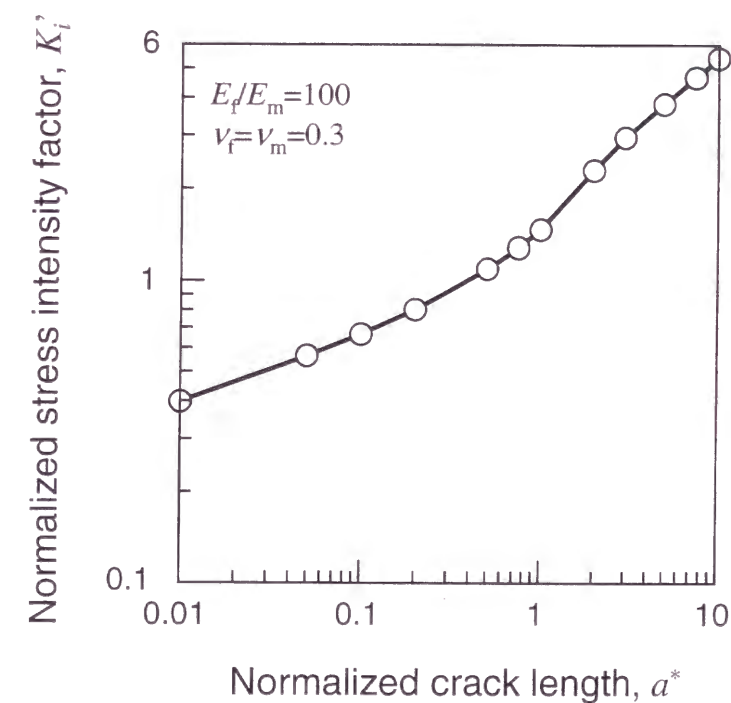
Fig.6-13 Expectable cause of crack arrest in AS4/PEEK.

#### (b)フリーエッジ効果 (4章)

端部より発生した界面微小き裂の応力拡大係数は、フリーエッジ効果によって増大する。き裂が長くなるにつれてその影響は小さくなるが、 $K_i'$  が  $a^*$  に対して単調増加することには変わりはなく、これも停留の主原因とはいえない。

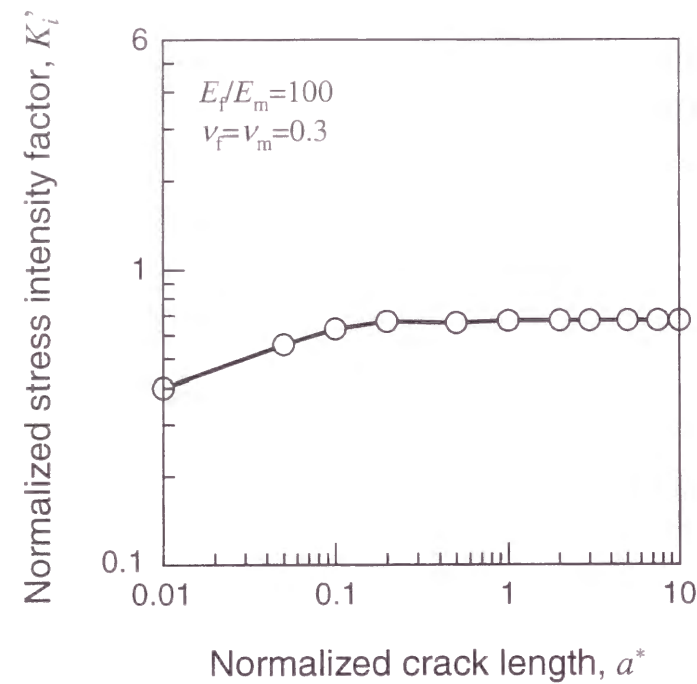


(a) Effect of composite.

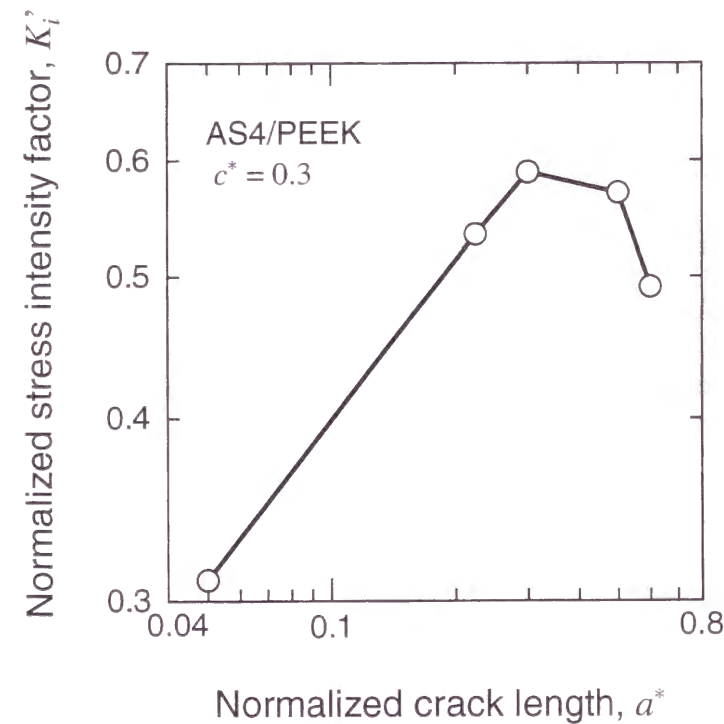


(b) Effect of free edge.

Fig.6-14 Change in stress intensity factor.



(c) Effect of multiple cracks.



(d) Effect of interface shape.

Fig.6-14 Continued.

### (c) き裂間の相互作用 (3 章)

き裂が小さいときは、き裂同士の距離が相対的に離れているため、 $K_I'$  は単一き裂と同じである。しかし、 $a^* = 0.2$  を超えると、き裂同士の力学的相互作用により、 $K_I'$  はほぼ一定となる。引張試験で見られた停留き裂の平均深さは  $a^* = 0.35$  であるので、これは停留の一因として考えられるが、本試験では応力を増加させてもき裂は停留したままである。したがって、これも主原因ではないと判断できる。

### (d) 界面およびき裂の湾曲による効果 (5 章)

き裂が非常に浅いときの  $K_I'$  はき裂長さとともに増加するが、 $a^* = 0.3$  を境として減少に転じる。これは、試験で観察された停留深さ ( $a^* = 0.35$ ) とよく一致しており、この効果が微小き裂停留の大きな要因である。すなわち、繊維断面上では、先端近傍のき裂は負荷応力軸に平行となって応力拡大係数は大きく減少するため、き裂 (き裂長さ  $c$ ) は停留に至る。繊維長手方向のき裂前縁は負荷応力に垂直であるが、断面方向のき裂長さ  $c$  が大きくならないため、き裂深さ  $a$  が増大すると長楕円形状となって応力拡大係数が減少する。

界面微小き裂の停留は (d) によるものであるため、き裂が伝ぱを再開するにはマトリックス内に進入する必要がある。ところが、高じん性マトリックスの場合には界面よりマトリックスの強度が高いため、容易には進入できない。したがって、主き裂は簡単には形成されない。

### 6.3.4 微小き裂の合体条件

図 6-12 に示すように、破面は応力軸に対してほぼ垂直である。すなわち、いったん停留した微小き裂は、負荷応力の増大によりやがて応力軸と垂直な方向へ屈折してマトリックス中を伝ぱし、隣接微小界面き裂と合体して破壊が進行する。界面き裂が屈折する条件として、結城らは均質材の混合モードき裂に対する  $\sigma_{\theta_{\max}}$  説 (接線方向応力最大説) を界面き裂に適用できるように拡張したクライテリオンを提案している[81,82]。これに基づいて、停留した微小き裂がマトリックス中へ屈折する条

件について考える。

図 6-15 に示した界面き裂先端近傍の接線方向応力  $\sigma_\theta$  は次式のように書ける。

$$\sigma_\theta = \frac{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}}{2\sqrt{2\pi r} \cosh(\varepsilon\pi)} \left\{ B(\theta, \varepsilon, \gamma) \cos\left(\varepsilon \ln \frac{r}{2a}\right) - C(\theta, \varepsilon, \gamma) \sin\left(\varepsilon \ln \frac{r}{2a}\right) \right\} \quad (6-1)$$

$$B(\theta, \varepsilon, \gamma) = W_j \left\{ 2 \cos\left(\frac{\theta}{2} + \gamma\right) - (\cos\theta + 2\varepsilon \sin\theta) \cos\left(\frac{\theta}{2} - \gamma\right) \right\} + \frac{1}{W_j} \cos\left(\frac{3}{2}\theta + \gamma\right) \quad (6-2)$$

$$C(\theta, \varepsilon, \gamma) = W_j \left\{ 2 \sin\left(\frac{\theta}{2} + \gamma\right) + (\cos\theta + 2\varepsilon \sin\theta) \sin\left(\frac{\theta}{2} - \gamma\right) \right\} + \frac{1}{W_j} \sin\left(\frac{3}{2}\theta + \gamma\right) \quad (6-3)$$

$$W_1 = e^{-\varepsilon(\pi-\theta)} \quad (6-4)$$

$$W_2 = e^{\varepsilon(\pi+\theta)} \quad (6-5)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{K_2}{K_1} \quad (K_1 \geq 0) \quad (6-6)$$

$$= \tan^{-1} \frac{K_2}{K_1} \quad (K_1 < 0)$$

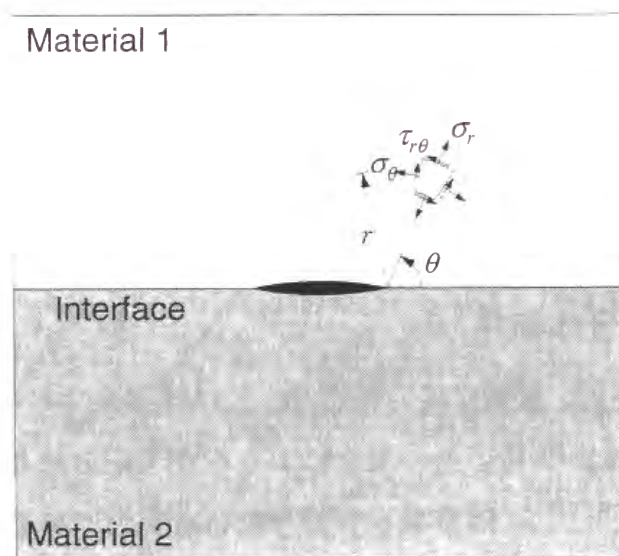


Fig.6-15 Stress field near an interface crack.

$\varepsilon$  が小さいとして,  $r/2a$  が十分大きく振動域の外側となるようにとると

$$\left| \sin\left(\varepsilon \ln \frac{r}{2a}\right) \right| \ll \left| \cos\left(\varepsilon \ln \frac{r}{2a}\right) \right| \quad (6-7)$$

の関係が成立するので, 微小項を無視すると式 (6-1) は近似的に次のようになる。

$$\sigma_\theta \cong \frac{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}}{2\sqrt{2\pi r} \cosh(\varepsilon\pi)} B(\theta, \varepsilon, \gamma) \cos\left(\varepsilon \ln \frac{r}{2a}\right) \quad (6-8)$$

これより,  $\sigma_\theta$  の最大となる角度  $\theta_0$  は次式の根として求められる。

$$\frac{\partial}{\partial \theta} B(\theta, \varepsilon, \gamma) = 0 \quad (6-9)$$

また, 屈折する方向の応力拡大係数として次式が定義できる。

$$K_{\theta \max} = \frac{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}}{2 \cosh(\varepsilon\pi)} B(\theta_0, \varepsilon, \gamma) \quad (6-10)$$

第 5 章より,  $a^* = c^* = 0.3$  の界面き裂の円周方向応力拡大係数は  $K_1^* = 0.54$ ,  $K_2^* = 0.33$  である。クライテリオンによると, この場合マトリックス側に約  $40^\circ$  傾く方向へ屈折する。これは図 6-16 に示すように応力軸とほぼ垂直な方向となる。実験で観察された破面が応力軸に対してほぼ垂直であったことを考えると, このクライテリオンは妥当である。これに本試験の破断応力をあてはめると,  $K_{\theta \max} = 0.37 \text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$  となる。端面や多数き裂の影響は考慮されていないが, これが停留した微小き裂がマトリックス中へ屈折して伝ばし, 隣接するき裂と合体するためのおよその条件である。



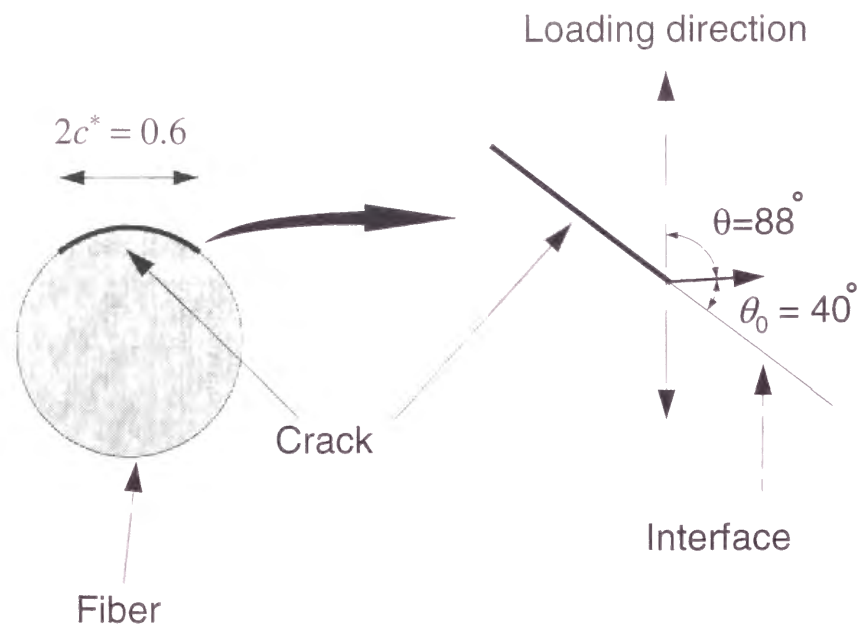


Fig.6-16 Bending of interface crack.

### 6.3.5 破壊じん性値

図 6-10 に示した界面破壊領域から、破壊力学的にじん性値  $K_c$  の算出を試みた。この領域の面積は  $1.36\text{mm}^2$  である。これを図 6-17 に示すように、試験片表側面上の領域長さ（ $1.2\text{mm}$ ）と深さ（ $2.8\text{mm}$ ）の比と界面領域面積からエッジ部（破面上におけるコーナー部）の四分の一楕円形に近似し、次式によって  $K_c$  を算出した[83]。

$$K = \frac{\sigma_B \sqrt{\pi c}}{E(k)} F_c \left( \frac{c}{a}, \frac{c}{t}, \phi \right) \quad (6-11)$$

$$E(k) = \sqrt{1 + 1.464 \left( \frac{c}{a} \right)^{1.65}} \quad (6-12)$$

$$F_c = \left\{ M_1 + M_2 \left( \frac{c}{t} \right)^2 + M_3 \left( \frac{c}{t} \right)^4 \right\} g_1 g_2 f_\phi \quad (6-13)$$

$$M_1 = 1.08 - 0.03 \left( \frac{c}{a} \right) \quad (6-14)$$

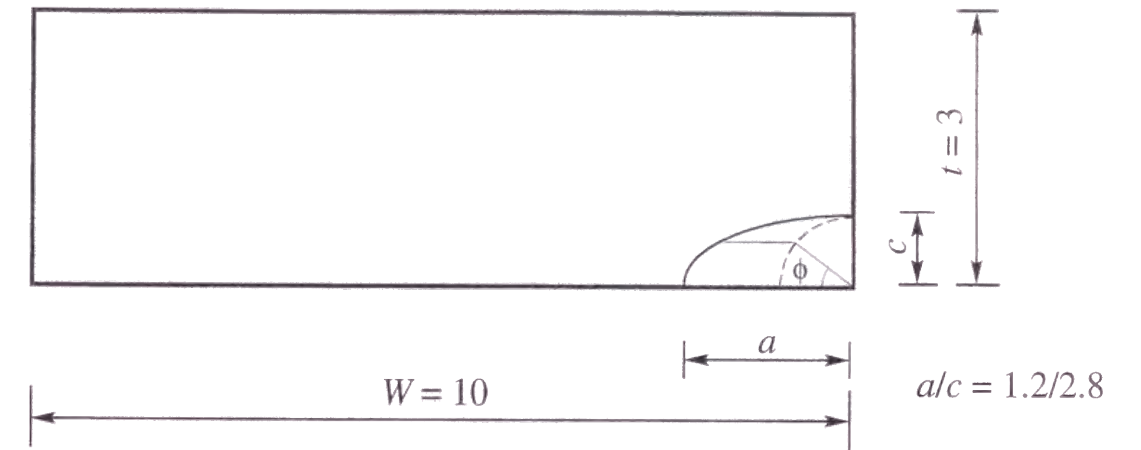


Fig.6-17 Elliptical appropriation of interface debonding (in mm).

$$M_2 = -0.44 + \frac{1.06}{0.3 + \frac{c}{a}} \quad (6-15)$$

$$M_3 = -0.5 + 0.25 \left( \frac{c}{a} \right) + 14.8 \left( 1 - \frac{c}{a} \right)^{15} \quad (6-16)$$

$$g_1 = 1 + \left\{ 0.08 + 0.4 \left( \frac{c}{t} \right)^2 \right\} (1 - \sin \phi)^3 \quad (6-17)$$

$$g_2 = 1 + \left\{ 0.08 + 0.15 \left( \frac{c}{t} \right)^2 \right\} (1 - \cos \phi)^3 \quad (6-18)$$

$$f_\phi = \left\{ \left( \frac{c}{a} \right)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right\}^{1/4} \quad (6-19)$$

式中の  $\sigma_B$  は破断応力、 $a$ 、 $c$ 、 $\phi$  は近似した楕円の長軸、短軸、偏角、 $t$  は試験片厚さ、 $E(k)$  は第 2 種完全楕円積分である。界面破壊領域の形状は複雑であるが、楕円に近似すると破壊じん性値  $K_c$  として約  $5\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$  が得られる。本 AS4/PEEK 積層板の DCB 試験片によるモード I 層間はく離破壊じん性試験より得られる  $K_{Ic}$  の値が  $4.85\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$  である[84]ことから、この界面き裂が起点となって急速な試験片の破壊が生じたことがわかる。

6.4 HTA/EPOXY に関する実験結果および考察

引張試験により得られた応力-ひずみ線図を図 6-18 に示す。○印は中断点を表わす。AS4/PEEK 同様、破壊に至るまではほぼ直線関係を保ち、ぜい性的な破壊様相を示している。

本材では、中断観察において AS4/PEEK 試験片側面上に見られたような微小き裂の発生は認められなかった。破面近傍の様子を図 6-19 に示すが、微小き裂は観察されず、1 本のき裂の伝ぱによって試験片が破断したことを示している。

SEM による破面写真を図 6-20 に示す。ほぼ全面にわたって図 (a) のようなマトリックス破壊が支配的であるが、図 (b) (c) のような界面破壊が存在する箇所も存在した。これらの様相から、破壊プロセスは次のようになると考えられる。

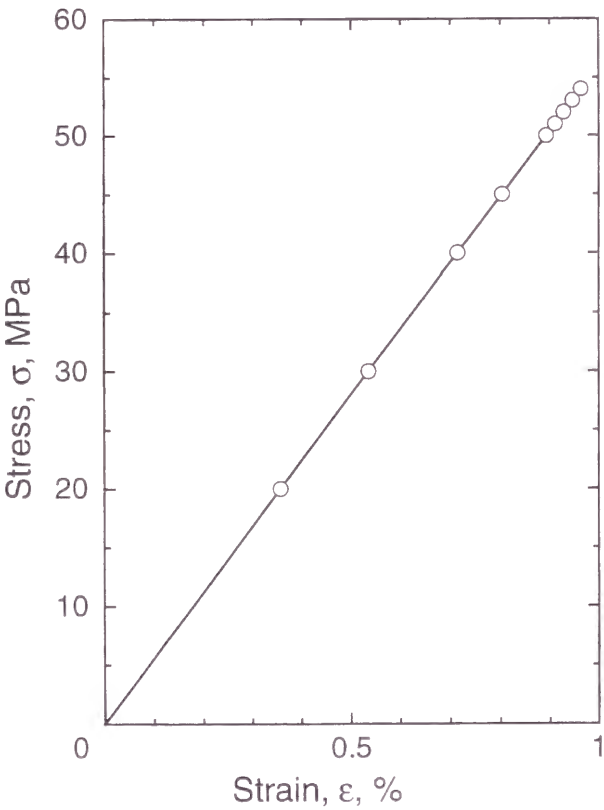
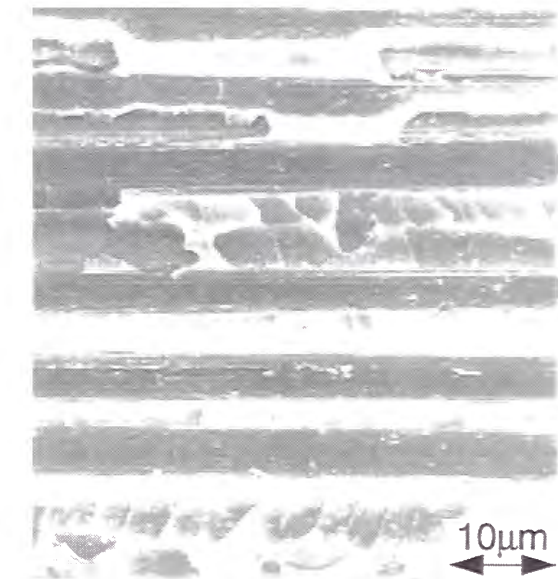


Fig.6-18 Stress strain curve in HTA/EPOXY.



Fig.6-19 Side surface near fracture surface in HTA/EPOXY.

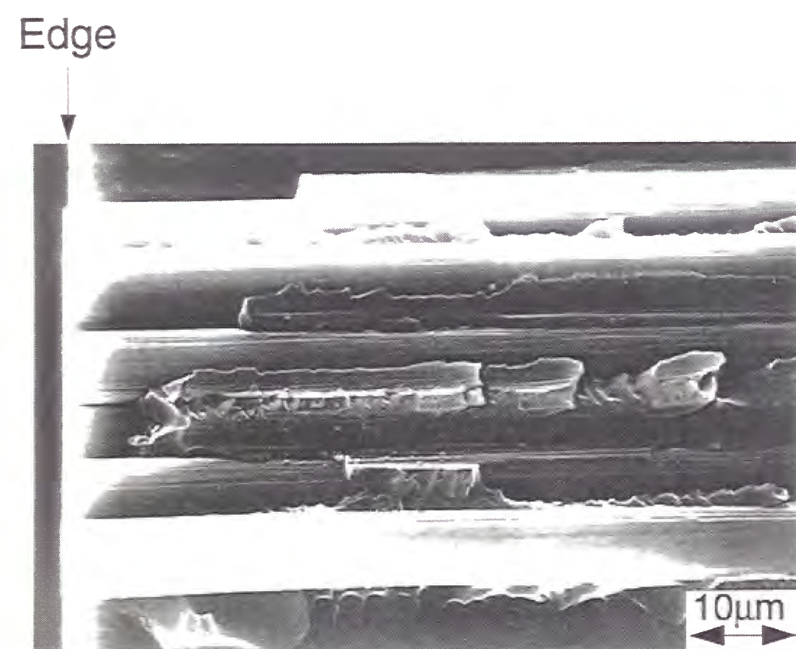


(a) Matrix cracking.

Fig.6-20 Fracture surface in HTA/EPOXY.



(b) Inner interface debonding.



(c) Interface debonding at the edge.

Fig.6-20 Continued.

#### 6.4.1 き裂の発生

微小き裂が観察されなかったことにより，発生位置を特定するのは困難であるが，破面観察から，AS4/PEEK 同様フリーエッジ効果により界面端から発生する場合と，エポキシの破壊じん性値が非常に低いためにマトリックス中に発生する場合の 2 通りが考えられる．ただし，前者の場合であっても，図 6-20(c) からわかるように，エッジ部から数十  $\mu\text{m}$  離れたところではマトリックス破壊がみられ，界面から発生したき裂はすぐにマトリックス中に屈折すると考えられる．

#### 6.4.2 き裂の伝ば

破面のほとんど全面がマトリックス破壊の様相を呈しており，主き裂はマトリックスき裂である．繊維が露出した部分が点在しているが，本試験は層内破壊であり，マトリックスが多い部分をき裂が伝ばする層間破壊と異なり，き裂が繊維に当たることがしばしばあり，そのため局所的に界面に沿ってき裂が伝ばする場合があると考えられる．

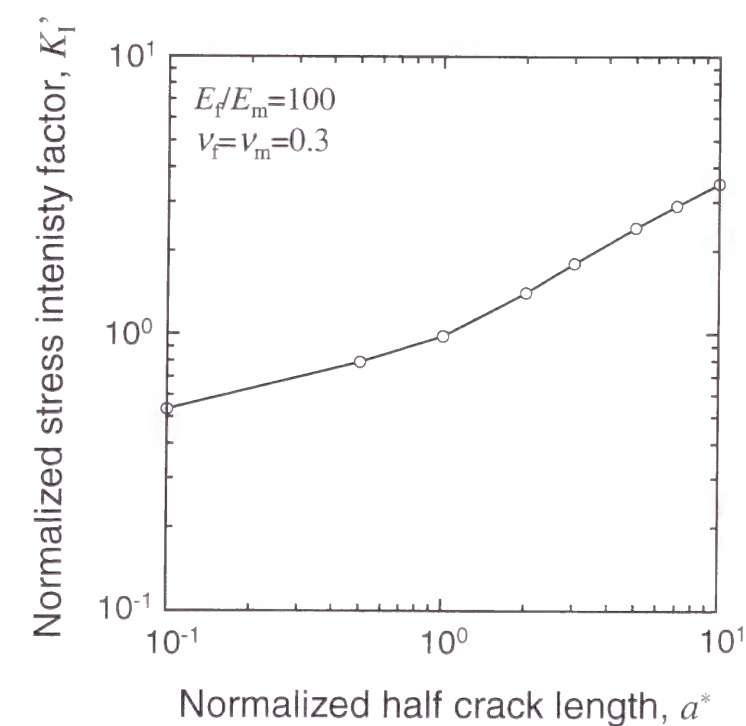


Fig.6-21 Change in stress intensity factor for matrix crack.



第2章で扱ったマトリックス中き裂について、 $E_f/E_m = 100$ 、 $\nu_f = \nu_m = 0.3$ としたときのき裂長さに対する応力拡大係数  $K_I$  の変化を図6-21に示す。ただし、 $K_I$  は  $\sigma_{y0}\sqrt{\pi d}$  で無次元化した。応力拡大係数はき裂長さに対して単調増加している。したがって、マトリックス中に発生したき裂は、停留することなく伝ばし、次章でも示すようにマトリックスのじん性が低いため、すぐに不安定成長が始まって試験片は瞬時に破断する。

## 6.5 結言

本章では、マトリックスのじん性の異なる2種類の一方向強化CFRP積層板（AS4/PEEKおよびHTA/EPOXY）の横方向引張試験を実施し、破壊過程を詳細に観察した。また、前章までの応力解析の結果を勘案し、高じん性マトリックスCFRPにおける微小き裂の破壊過程について検討した。得られた結果は以下のように要約できる。

### (1) マトリックスのじん性が高いCFRP（AS4/PEEK）の破壊プロセス

- i) 負荷応力が破断応力の85%程度より、試験片側面エッジ部近傍の繊維マトリックス界面に微小なき裂が集团的に発生する（き裂領域）。き裂はフリーエッジ効果による応力の集中によって発生したと考えられる。
- ii) 各微小き裂はほぼ半円形であり、発生後直ちに停留する。
- iii) 界面き裂領域の個数は応力とともに増加するが、各領域の寸法は拡大しない。また、各微小き裂も停留したままである。
- iv) 微小き裂停留の原因として、材料の複合効果、フリーエッジ効果、多数き裂の応力緩和効果、界面およびき裂の湾曲による形状効果が考えられる。3～5章までの応力解析結果をふまえて検討したところ、停留は繊維マトリックス界面およびき裂の3次元形状効果によるものであることが明らかとなった。
- v) さらに負荷応力を増大させると、微小き裂先端近傍の応力場が屈折条件に至り、微小き裂はマトリックス内に進入して隣接き裂と合体する。合体条件は  $K_{\theta\max} = 0.37\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  となった。
- vi) 微小き裂の合体で形成された浅いき裂が伝ばして主き裂となる。主き裂の応

力拡大係数が複合材料の巨視破壊じん性値約  $5\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  に達したときに全体の急速破壊が起こる。

### (2) マトリックスのじん性が低いCFRP（HTA/EPOXY）の破壊プロセス

試験片の破断直前まで微小き裂の発生は認められない。き裂は発生後マトリックス中を伝ばする。き裂が長くなるとともに応力拡大係数は単調増加するので、発生したき裂は停留することなく伝ばし、試験片は瞬時に破断する。

第 7 章 巨視き裂伝ばに及ぼす複合構造の影響に関する  
実験観察

7.1 緒言

第 5 章までの解析では，すべての繊維が平行である理想的な一方向強化モデルを対象としたが，実際の材料における繊維の配置はランダムである．層間はく離破壊では，このランダムな配置により，はく離き裂上下面に繊維架橋が生じ，クラックシールディング効果が働く [51-56]．すなわち，巨視き裂においても複合効果がその伝ばに影響を及ぼす．したがって，複合材料の破壊機構を理解するためには，局所におけるマトリックスと繊維の組み合わせが巨視き裂伝ばに及ぼす影響を明らかにする必要がある．従来の CFRP 積層板を用いた実験では，き裂は前縁で多数の繊維の影響を受けるため，その伝ば特性はこれらを平均したものとなり，局所の繊維がき裂伝ばに及ぼす影響を特定することはできない．

本章では，厚さ方向に炭素繊維を数本しか含まないプリプレグを供試材とし，SEM（走査型電子顕微鏡）に小型の疲労試験機を組み込んだ試験装置を用いて引張試験を行い，破壊過程のその場観察，破面観察などにより，特定の繊維が巨視き裂伝ばに及ぼす影響について検討した．

7.2 実験方法

7.2.1 供試材および試験片

供試材は，熱硬化性樹脂エポキシを直径  $7\mu\text{m}$  の炭素繊維 HTA で一方向強化したプリプレグ（東邦レーヨン製，Q-1112）である．図 7-1 にプリプレグの繊維垂直方向の断面を示す．プリプレグは厚さ方向に数本の繊維を含む薄いシートである．本材は厚さ  $33\mu\text{m}$ ，繊維含有率 55%であり，ホットプレス成形によって作成されている．



Fig.7-1 Cross section of prepreg.

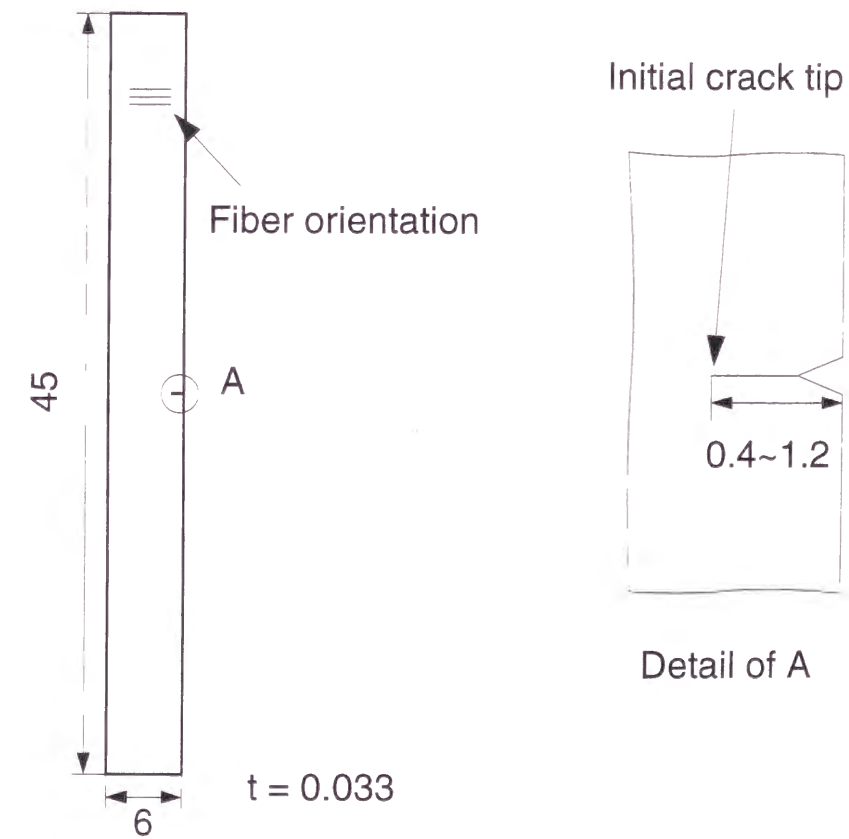


Fig.7-2 Shape and size of specimen (in mm).



片面の繊維が欠けているのは、その場観察のために表面を研磨したことによるものである。

繊維方向が応力軸と垂直となるように、プリプレグより図 7-2 に示す長方形の試験片を切り出した。試験片中央部約 10mm の表面樹脂をダイヤモンドペーストを用いて研磨して除去し、繊維と樹脂が識別できるようにした。試験片中央部側面よりナイフの刃を押し当て、それによって繊維と平行に伝ぱ・停留したき裂を初期き裂とした。初期き裂長さは 0.4～1.2mm と試験片ごとに異なる。

## 7.2.2 実験装置および実験条件

疲労試験機を SEM の試料室内に組み込んだその場観察用試験装置を用いた。装置の概観を図 7-3 に、試料室（図 7-3 の矢印）内の試験機を図 7-4 に示す。試験機は、フレーム、アクチュエータ、ロードセル（最大検出荷重 49N）および試験片つかみ具から構成されている。空気圧によってアクチュエータを駆動するため、清浄・低振動な試験が可能であり、SEM 観察との組み合わせに適している。また、つかみ部から試験片が破断するのを防ぐため、つかみ部に緩やかな湾曲を設けて薄膜の試験を可能にしている。

試験（Nos.1～5）は、室温、真空中（SEM 鏡体内）、荷重点変位制御にて実施した。変位速度は  $10^{-3}$ mm/s 以下とし、破壊過程を SEM にてその場観察した。ただし、き裂を直に観察するため、試験片への導電性物質の蒸着は行わず、観察には低加速電圧 2kV を採用した。後出の写真のコントラストが低いのはこのためである。観察中、き裂の伝ぱが認められた場合には、画面上でき裂長さを測定するとともに写真撮影を行った。試験 Nos.1～4 は試験片が破断するまで観察を行った。

試験 No.5 では、き裂が伝ぱ後に停留した中断試験片を作成し、き裂前縁と繊維の位置関係を 3 次元的に計測した。図 7-5 に模式的に示すように、き裂を含む断面を約 10 $\mu$ m ずつ研磨し、き裂の形状と繊維の位置を測定し、その空間的相対関係を再構築した。

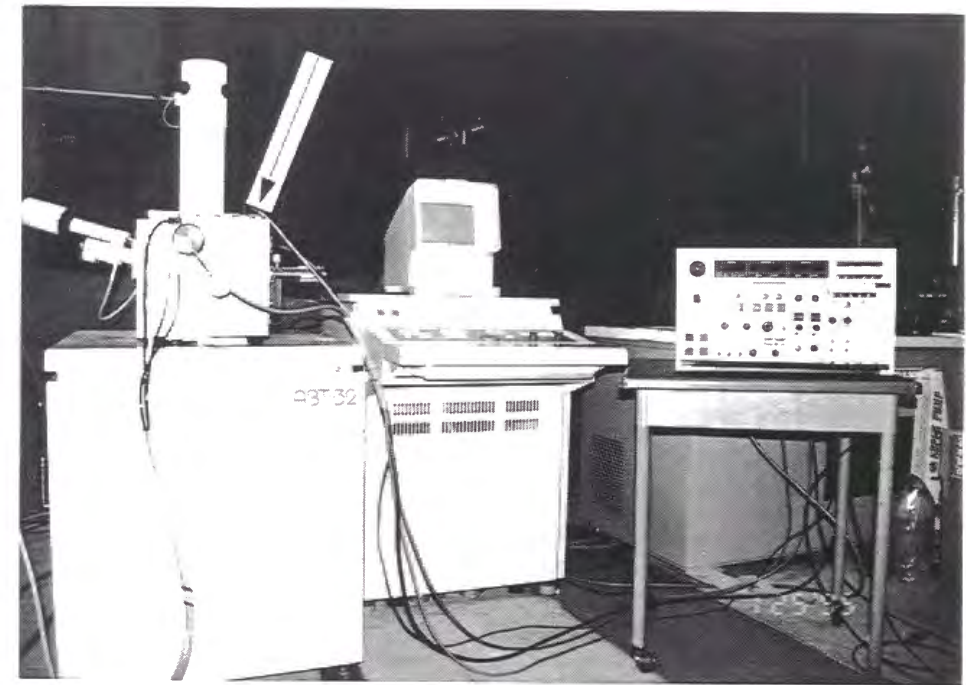


Fig.7-3 Testing apparatus.

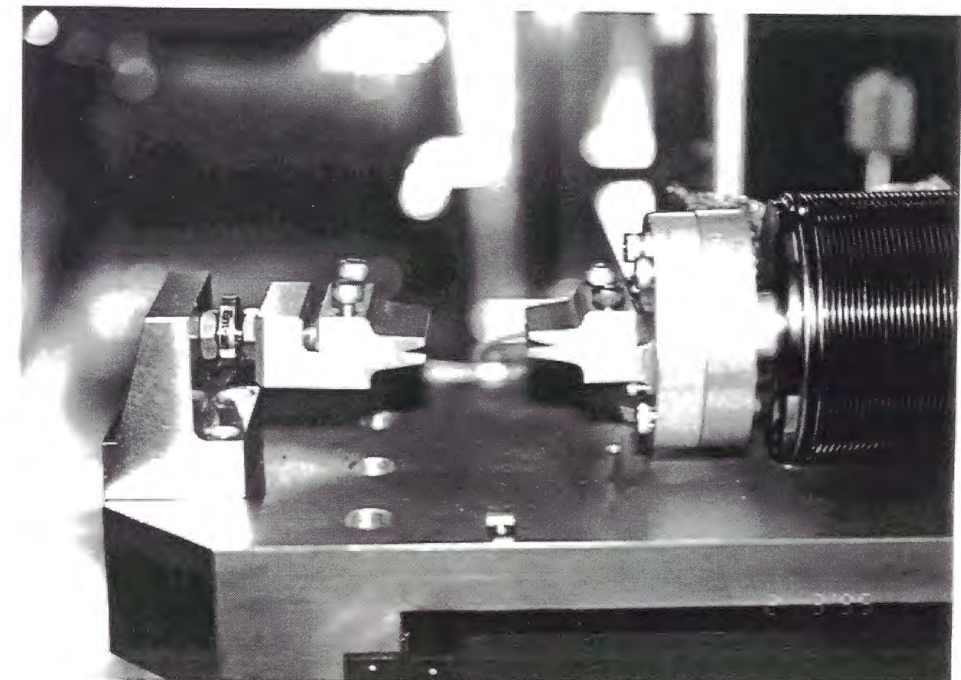


Fig.7-4 Fatigue testing machine.



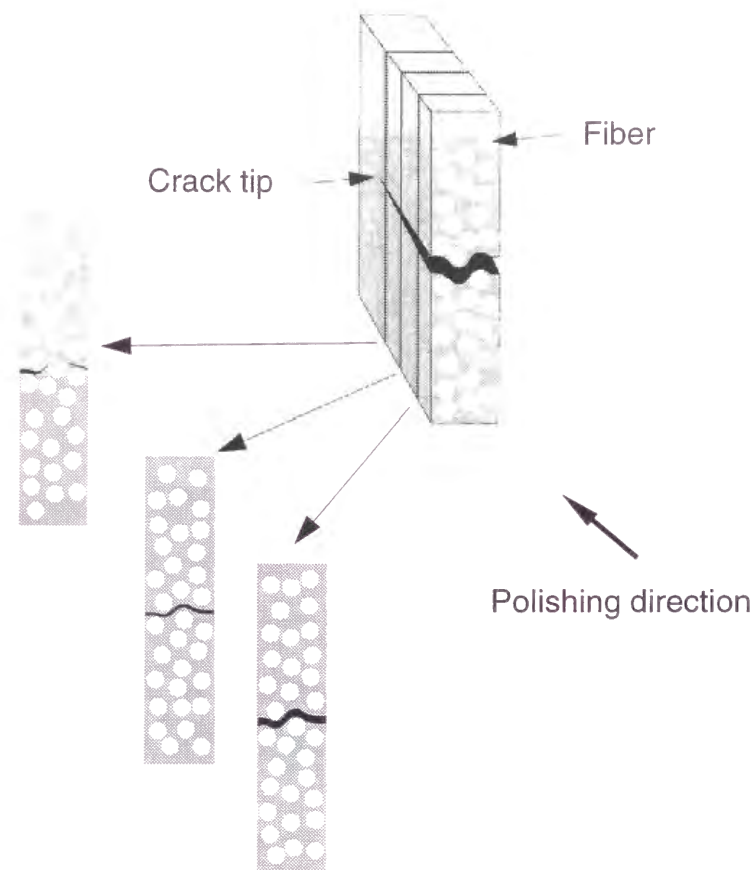


Fig.7-5 Schematic illustration explaining observation method of crack shape and fibers near the tip.

### 7.3 実験結果および考察

#### 7.3.1 き裂伝ぱ特性

試験により得られた荷重  $P$  と荷重点変位  $\delta$  の関係を図 7-6 に示す．なお，初期の荷重点間隔は 20mm である．荷重と荷重点変位の間には，ほぼ線形関係が成り立っている．試験片によって勾配が異なっているが，これは主に試験片厚さが異なっているためである．図中の×印は最終破断点を表わす．試験片によって破断強度は著しく異なる．

荷重  $P$  とき裂長さ  $a$  の関係を図 7-7 に示す．試験片 No.2 は，最初のき裂伝ぱと同時に破断に至った．一方，試験片 Nos.1, 3, 4 では，き裂は急速な伝ぱと停留を繰り返し，き裂伝ぱ曲線は階段状となっている．破断荷重のみならず，一回のき裂伝ぱ量および急速破断に至るき裂長さには，試験片による差が大きい．

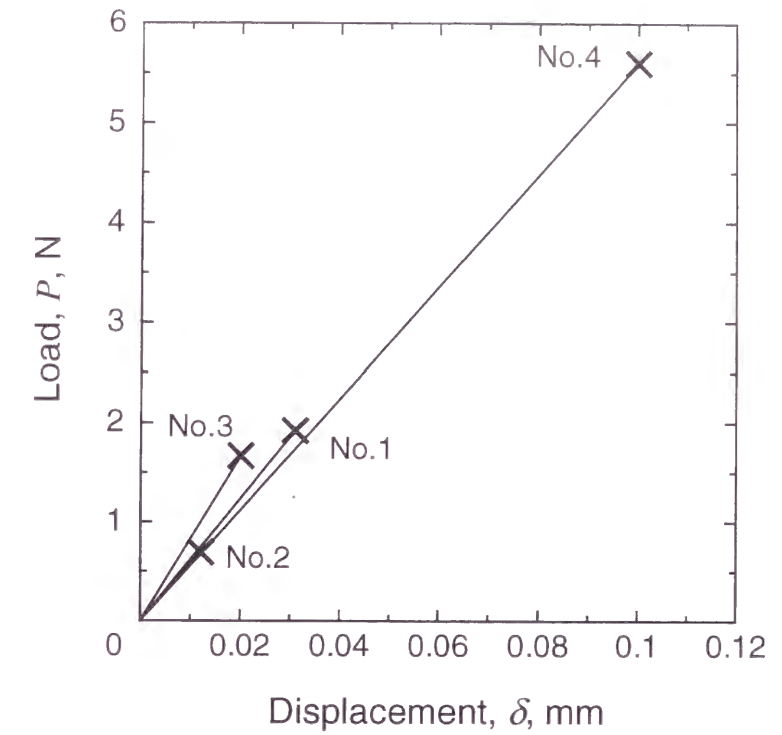


Fig.7-6 Relationship between load,  $P$ , and displacement,  $\delta$ .

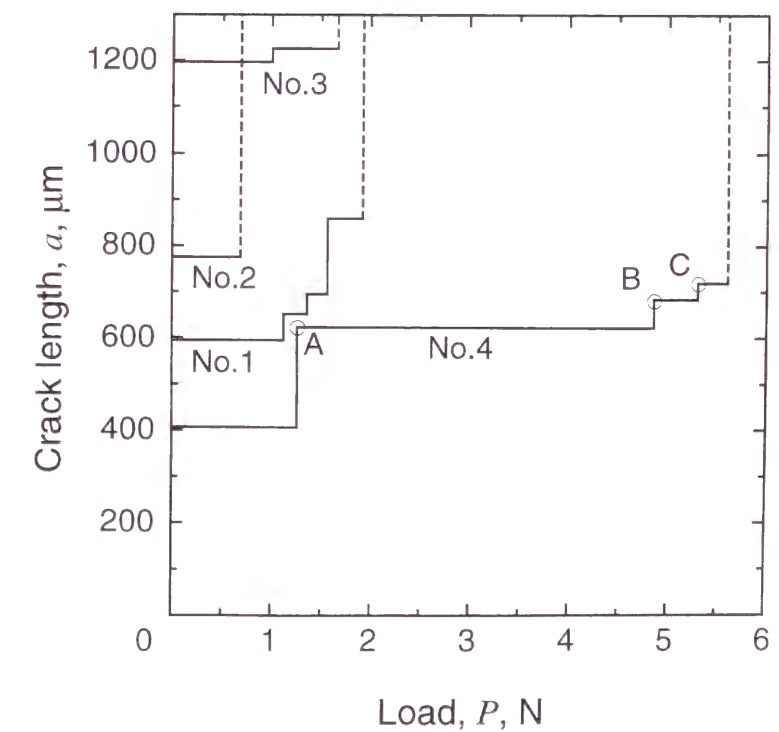


Fig.7-7 Crack propagation curve.

応力拡大係数  $K$  とき裂伝ば量  $\Delta a$  の関係を図 7-8 に示す。ただし、CFRP を均質直交異方性材料とみなし、

$$K = f(\xi) \sigma_{y0} \sqrt{\pi a} \quad (7-1)$$

$$f(\xi) = 1.12 - 0.231\xi + 10.55\xi^2 - 21.72\xi^3 + 30.39\xi^4 \quad (7-2)$$

$$\xi = \frac{a}{W} \quad (7-3)$$

により応力拡大係数を評価した[65]。  $W$  は試験片幅、  $\sigma_0$  はき裂遠方の一様応力である。破壊じん性値は、試験片 No.4 と No.2 で約 9 倍の差があり、試験片によって大きなばらつきがある。

以上のような試験片ごとのばらつきは積層板では考えられず、厚さ方向に繊維が数本程度の供試材を用いたことにより、試験片ごとの微視的な複合構造の相違が顕著に現れたことを示唆している。次節以降では、き裂伝ば形態や破壊じん性が最も

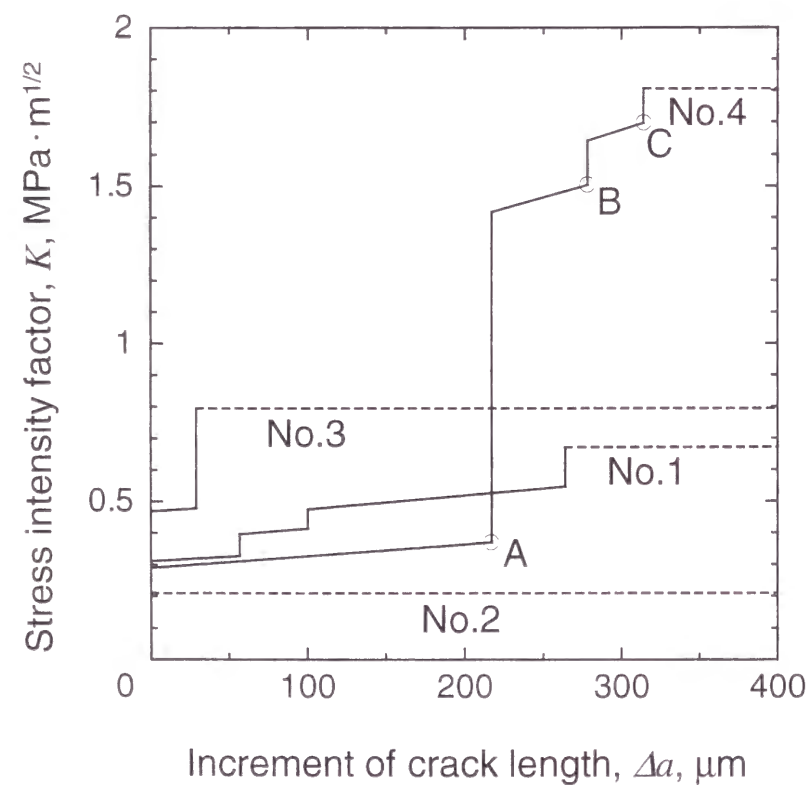


Fig.7-8 Relationship between increment of crack length,  $\Delta a$ , and stress intensity factor,  $K$ .

大きく異なる試験片 No.4 と No.2 に注目し、微視的観点からき裂伝ば特性について比較・検討する。

### 7.3.2 停留しない場合のき裂様相

試験片 No.2 の破断面近傍の側面様相を図 7-9 に示す。水平に伸びた白い部分が繊維であり、形状が変化しているのは各繊維の方向に 3 次元的なばらつきがあるためである。き裂はマトリックス中を直線的に伝ばしており、繊維架橋は認められない。また、繊維と破面とが接している部分もない。

試験片 No.2 の破面の SEM 写真を図 7-10 に示す。上下の写真は対応する上下破面を示している。初期き裂先端部分では内部に繊維の痕跡があり、導入時において繊維と接触したことによりき裂が停留したことを示唆している。ただし、その繊維は破面上に明確に現れておらず、架橋によって停留が引き起こされたのではない。一方、初期き裂前方はマトリックス破壊であり、繊維の痕跡は認められない。すなわち、試験片 No.2 の場合には、繊維は破壊に直接関与していない純粋なマトリックス

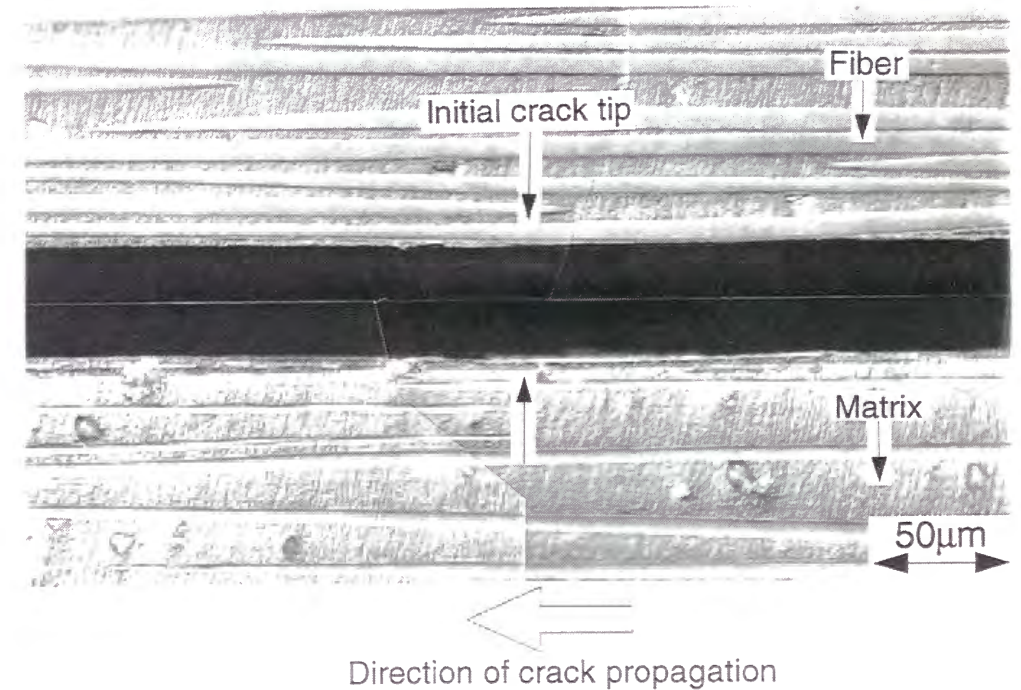


Fig.7-9 Cracking morphology in specimen No.2.



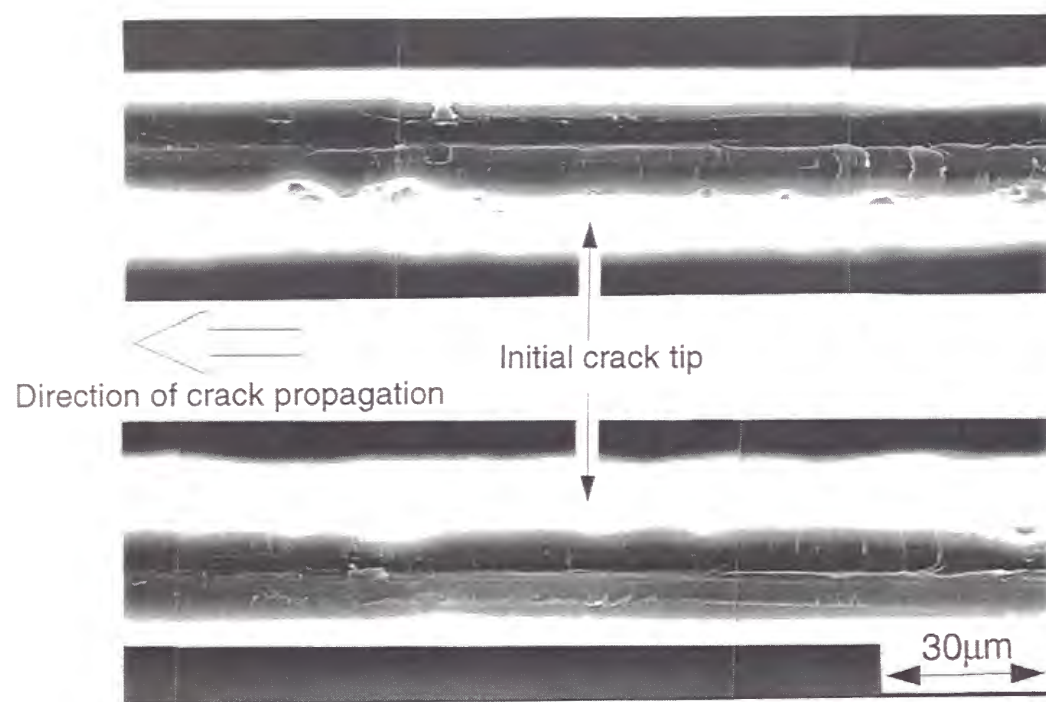


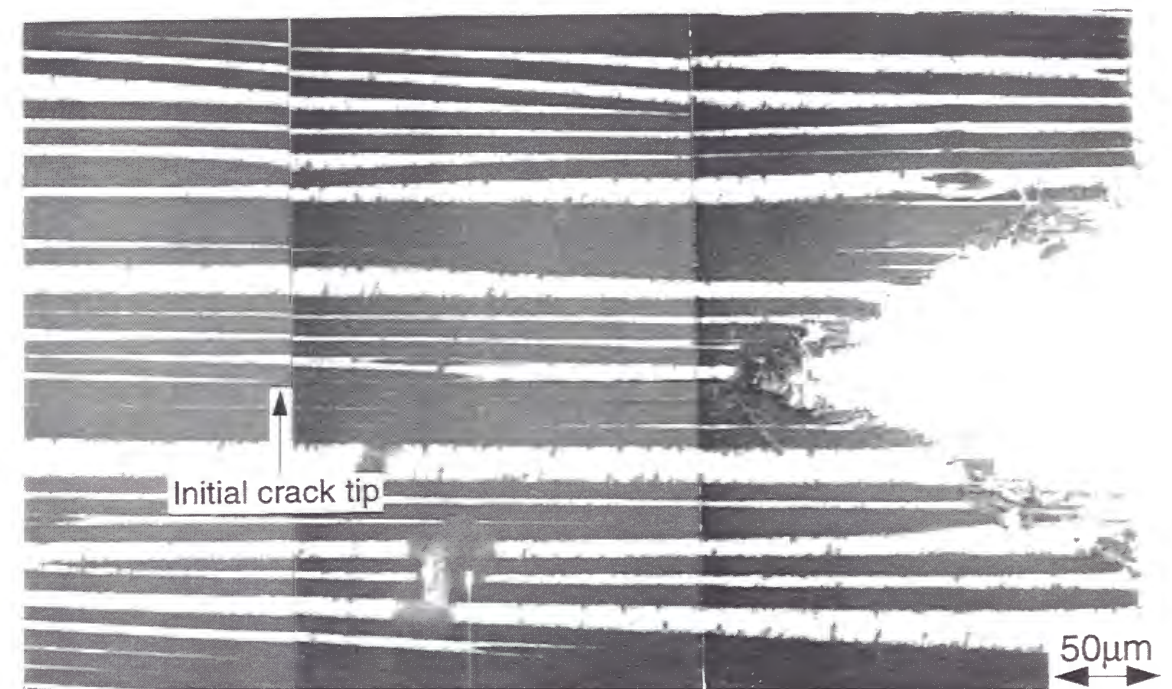
Fig.7-10 Fracture surfaces in specimen No.2.

破壊である。これより、複合材料のマトリックス破壊が生じる場合、繊維の寄与がないマトリックスの破壊じん性はその複合材料の最低破壊じん性を与える。

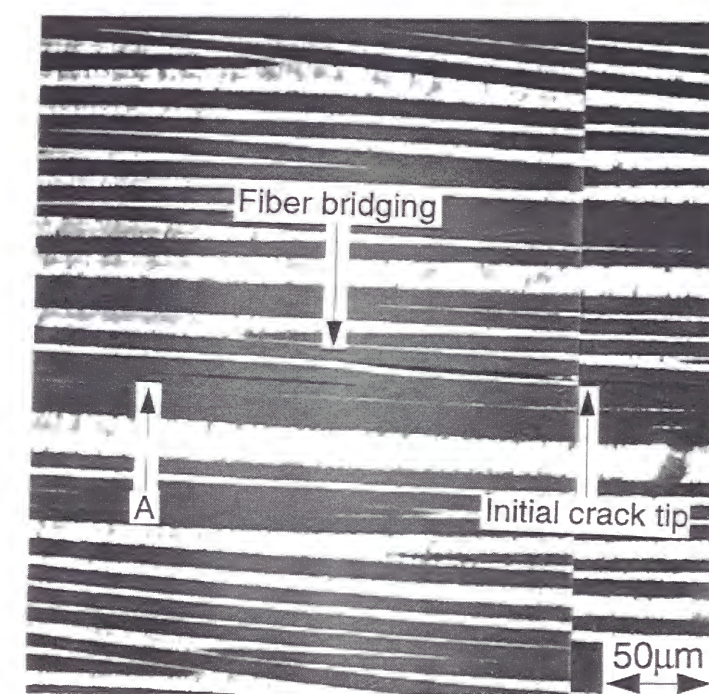
### 7.3.3 停留する場合のき裂様相

試験片 No.4 のき裂伝ばの様子を図 7-11 に示す。(a) は初期き裂、(b) ~ (d) は各々の停留時のき裂先端の様相である。黒い部分が炭素繊維であり、V 字型の切り欠きはナイフ導入痕である。初期き裂の先端は繊維-マトリックス界面にある。き裂先端後方でき裂が途切れており、この側面写真では明らかではないが、内部で繊維架橋が発生していることを示唆している。

荷重が 1.26N に達すると、き裂は繊維-マトリックス界面に沿って伝ばを開始し、繊維 1 本を越えて別の界面を伝ばした後に A (図 7-7 および 7-8 の A と対応) で停留した。(図 7-11(b))。最初の伝ばは、この繊維架橋によって阻止されたと考えられる。荷重をさらに増加させると、き裂は再び界面を伝ばし、B (図 7-7 および 7-8 の B と対応) で停留した(図 7-11(c))。しかし、この過程で繊維架橋は認められなかつ



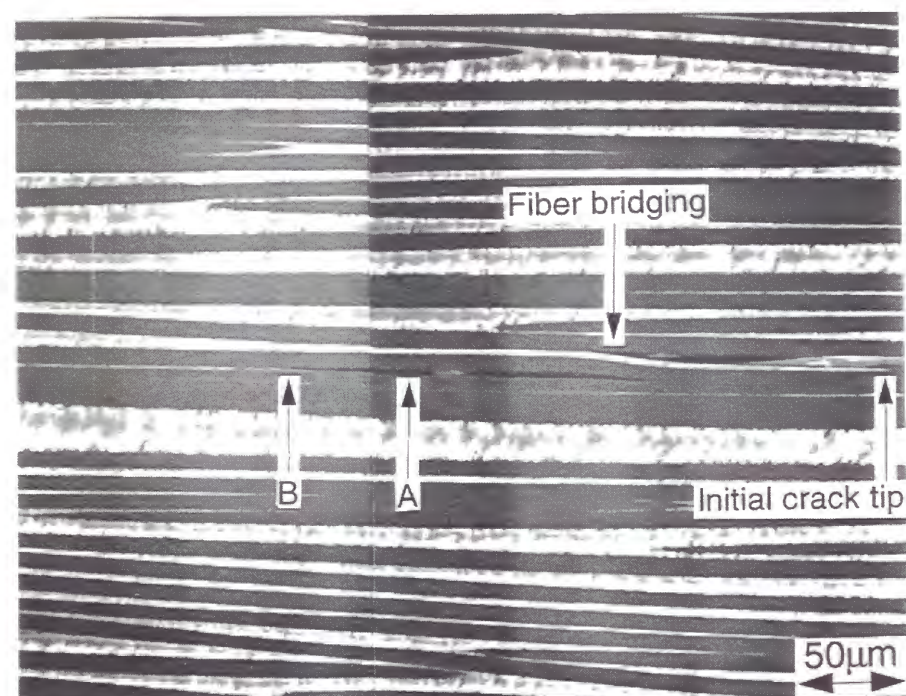
(a) Initial crack.



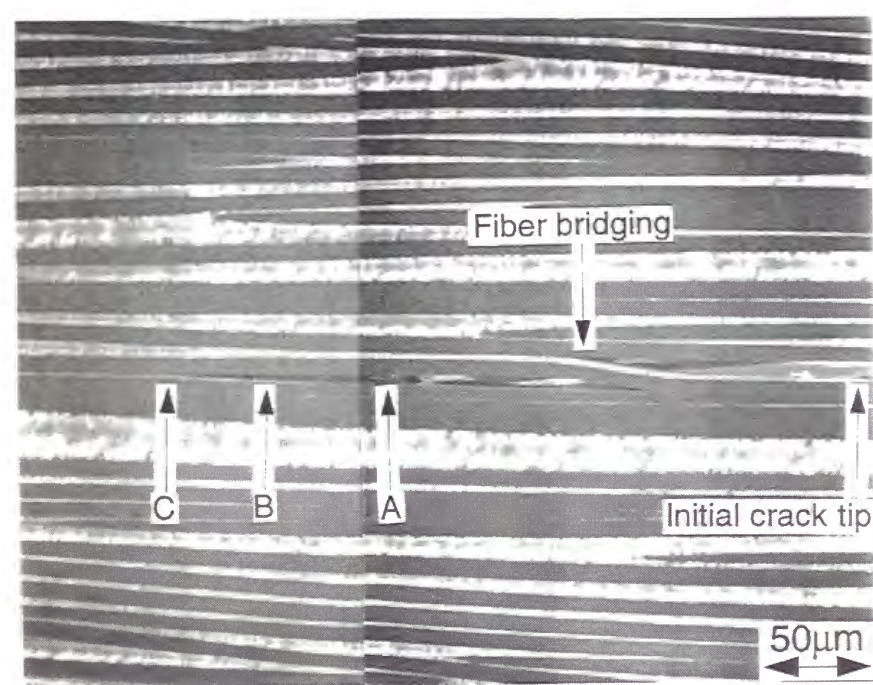
(b) Crack tip at the arrest (A).

Fig.7-11 Cracking morphology in specimen No.4.





(c) Crack tip at the arrest (B).



(d) Crack tip at the arrest (C).

Fig.7-11 Continued.

た．B から C への伝ぱ・停留も A から B へと同様相であり，架橋は認められなかった．

試験片 No.4 の破面写真を図 7-12 に示す．図中の A, B, C は図 7-11 の A, B, C に対応している．マトリックス破壊が支配的で，3 本の繊維架橋が認められる．これらはき裂上下面間の繊維架橋を示している．2 本は初期き裂先端後方にあり，位置関係から II の繊維破断が前述の初期き裂の分断部に近い．I はき裂後方に繊維が浮き上がっており（下破面），架橋は初期き裂先端より後方で発生していたと考えられる．したがって，I, II による内部の繊維架橋が初期き裂分断の原因であり，同時にその停留をもたらしたと考えられる．その後，1 回目のき裂伝ぱ中に III による繊維架橋が発生し（図 7-11 の繊維架橋に対応），A において停留している．一方，B, C での停留部分近傍ではその原因となるような繊維架橋は認められない．すなわち，繊維架橋が 2, 3 回目のき裂伝ぱを阻止したのではないと考えられる．ただし，この部分をさらに詳しく見ると，上側破面ではき裂伝ぱ方向に浅い溝が生じている（下側破面では台地のようにせり出している）．これは繊維が破面に接したことを示しており，繊維湾曲がき裂伝ぱを阻止した可能性が考えられる．

#### 7.3.4 繊維の湾曲による影響

図 7-5 に示した方法で，初期き裂から 1 回だけ伝ぱ・停留したき裂に対して，先端近傍の繊維の配置を観察した．図 7-13 は断面写真の例である．(a) から (c) にかけてき裂幅が次第に狭くなり，(d) においては完全に消滅している．これらの写真をもとに，断面内での繊維およびき裂の配置を再構成して図 7-14 に示す．ただし，繊維 F を基準（原点）とし，き裂面を破線で示した．

(b) から (e) にかけて，繊維 A が左から右へと移動すると同時に，両表面間を貫通していたき裂が試験片上部で次第に消滅していく．これは，試験片内部で繊維 A が左から右へと湾曲し，この繊維に沿ったき裂の伝ぱが阻止されたことを示している．同様にして，(e) から (h) にかけて，繊維 H が右から左へと湾曲したことにより，試験片下部のき裂の伝ぱが阻止されている．すなわち，繊維架橋に至らなくても繊維の湾曲がき裂の伝ぱに対する抵抗となっている．



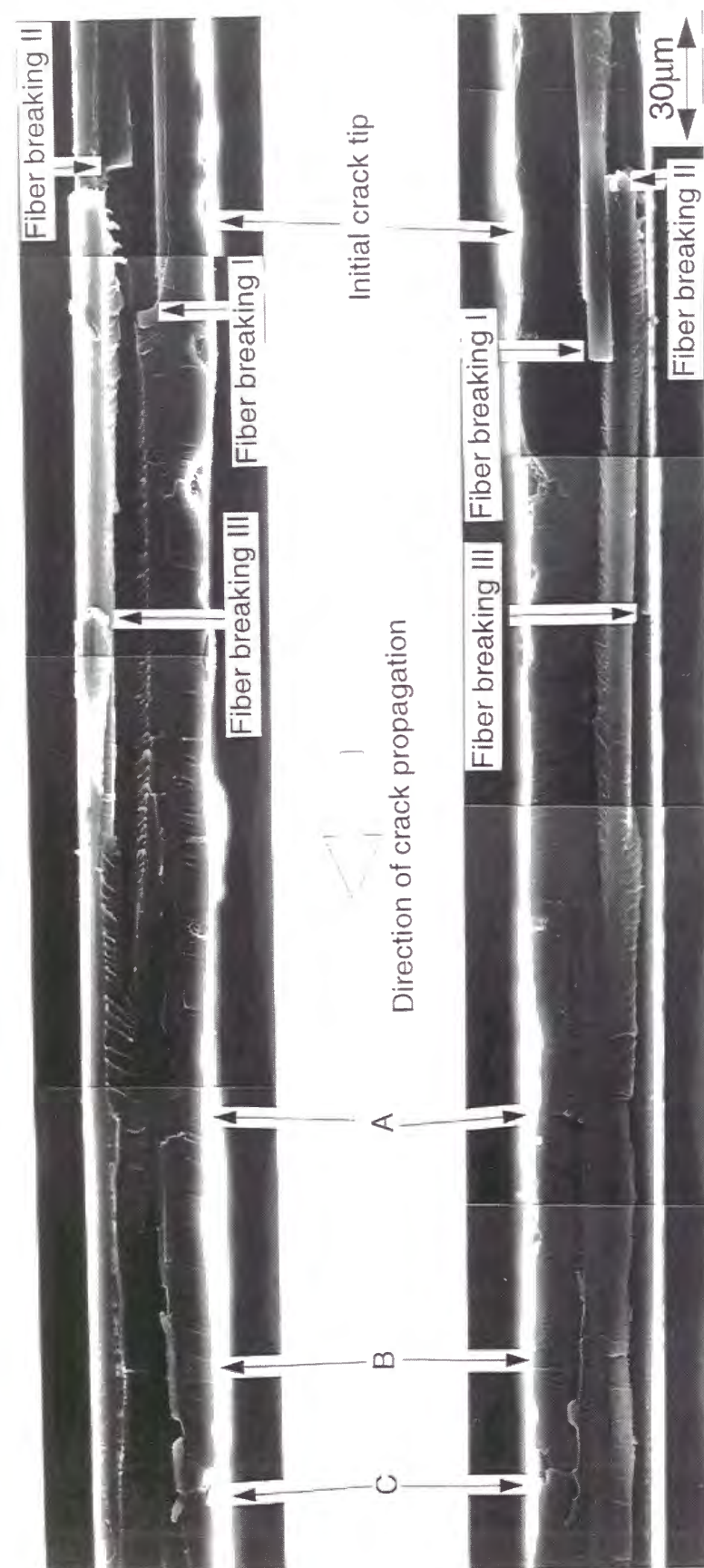
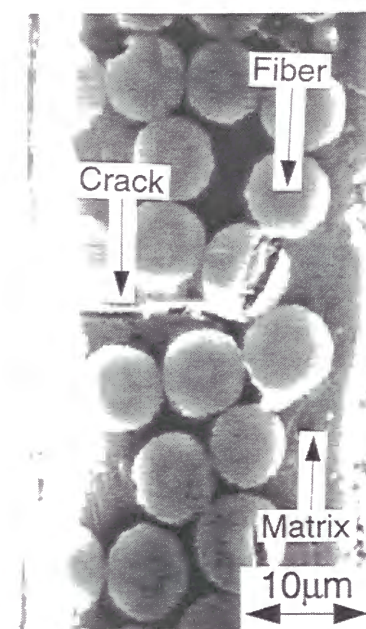
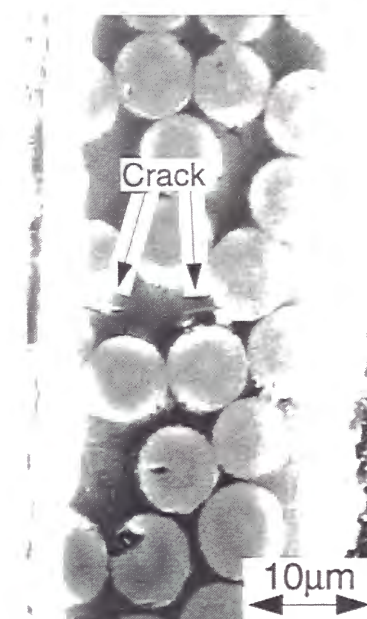


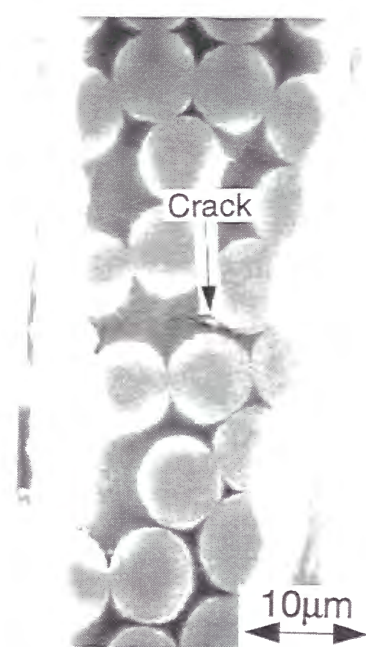
Fig.7-12 Fracture surfaces in Specimen No.4.



(a) 148μm from the datum plane.



(b) 155μm from the datum plane.

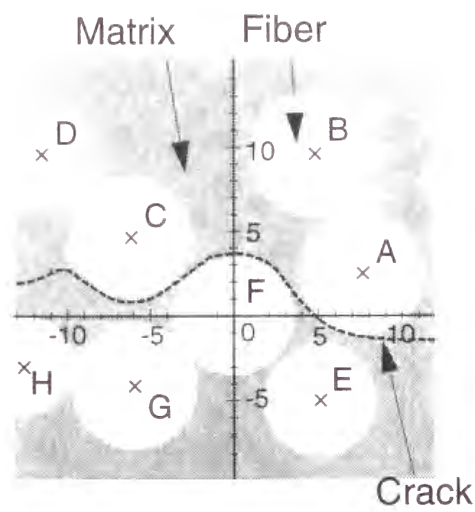


(c) 162μm from the datum plane.

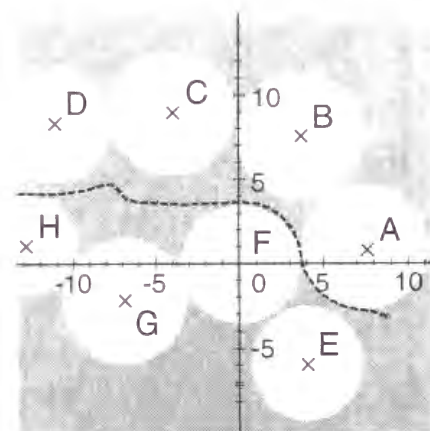


(d) 175μm from the datum plane.

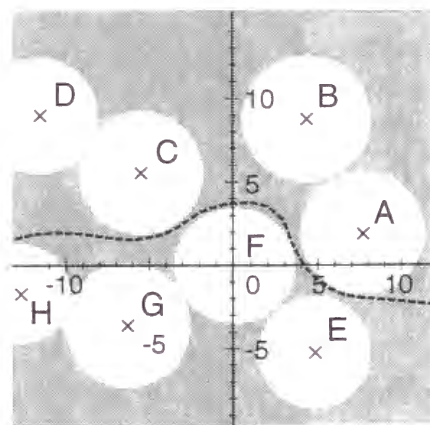
Fig.7-13 Micrograph near the crack tip.



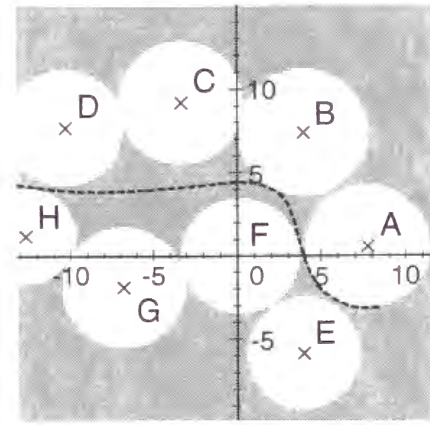
(a) Datum plane.



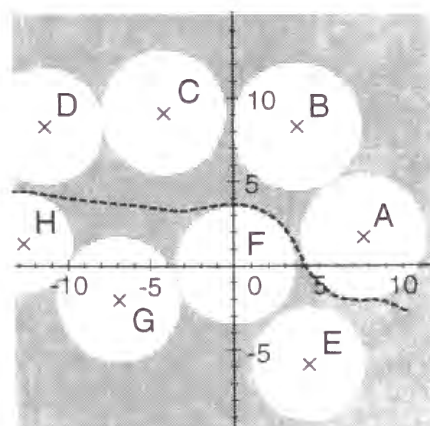
(d) 139μm from (a).



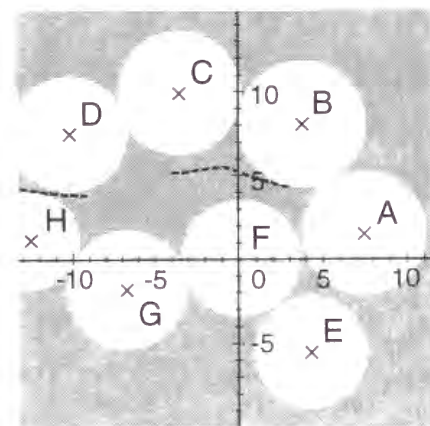
(b) 71μm from (a).



(e) 148μm from (a).

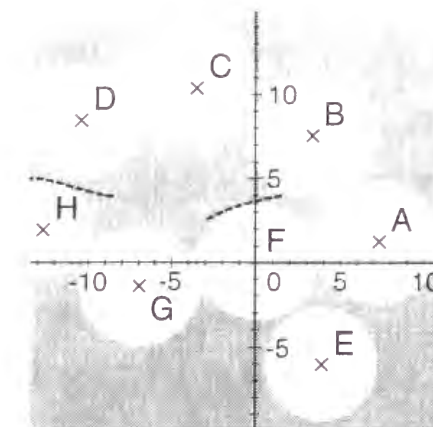


(c) 125μm from (a).

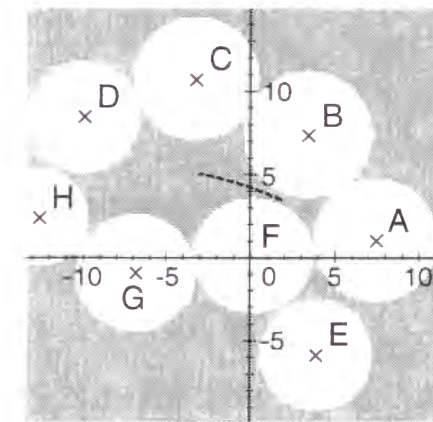


(f) 153μm from (a).

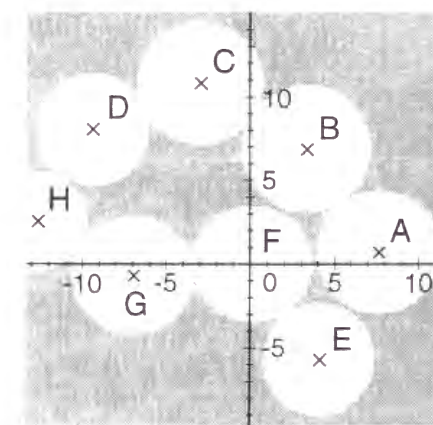
Fig.7-14 Location of crack and fibers near the tip (in μm).



(g) 155μm from (a).



(h) 162μm from (a).



(i) 175μm from (a).

Fig.7-14 Continued.



複合材料中では、繊維架橋や繊維の湾曲などがき裂伝ぱに対する抵抗となることで破壊じん性を高くしている。これが、本試験 No.2 と No.4 の差である。繊維架橋や繊維の湾曲はランダムであるため、き裂の伝ぱ・停留も不規則になり、見かけのじん性  $K$  にもばらつきが生じている。

### 7.3.5 破壊じん性値

第 2 章、第 4 章の結果より、き裂が繊維層厚さよりも十分に長くなると、複合材料のマトリックス中き裂の真の応力拡大係数  $K_I$  と均質直交異方性体中き裂として計算した（見かけの）応力拡大係数  $K_{II}$  の間には (2-14) の関係が成立する。本材料に対応する解析はなされていないが、最も近い条件である  $E_f/E_m = 100$  の場合、

$$K_I \cong 0.65 K_{II} \quad (7-4)$$

である。(7-1) で評価した  $K$  は  $K_{II}$  であるため、図 7-8 ではその  $K$  を 0.65 倍すれば複合効果を考慮した真の  $K$  値となる。ほぼ純粋なマトリックス破壊である試験片 No.2 での見かけの破壊じん性値は  $0.21\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  であったので、複合効果を考慮するとそれは  $0.14\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  となる。この値は、一般に報告されているエポキシ単体の破壊じん性値 ( $0.5\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  程度) に比べると小さい。これは、成形時の加熱・冷却過程において生じた残留応力などの影響によるものと考えられる。

## 7.4 結言

本章では、繊維がき裂伝ぱに与える影響について調べるため、厚さ方向に繊維が 2～3 本しか含まれない CFRP プリプレグを用いて横方向引張試験を実施した。破壊過程の SEM によるその場観察、破面観察、中断試験の断面観察により、繊維架橋やき裂の繊維接触部を同定し、特定の繊維がき裂伝ぱに及ぼす影響を明らかにした。得られた結果は以下のように要約できる。

- (1) 破壊じん性値は試験片によって大きくばらつく。
- (2) 破壊じん性値が最も小さい試験片 No.2 はマトリックス破壊である。複合材料の

最低破壊じん性はマトリックスの破壊じん性である。

- (3) 一方、破壊じん性が最も大きい試験片 No.4 では、停留と伝ぱの繰り返しが認められた。その場観察および破面観察により、1 回目の停留は繊維架橋によるものであることが明らかとなり、また、この架橋によって破壊じん性は大きく上昇した。2 回目および 3 回目の停留き裂先端近傍に繊維架橋はないが、繊維の湾曲によってき裂が繊維と接触した形跡が認められた。中断試験片の断面観察より、繊維の湾曲にはき裂伝ぱを阻止する効果があることが示された。したがって 2 回目、3 回目の停留は繊維湾曲によるものであり、これによっても破壊じん性が上昇することが明らかとなった。
- (4) 繊維はランダムに湾曲しているため、試験片ごとに架橋やき裂との接触が異なる。これがじん性にばらつきが出る原因となっている。本試験の供試材は、繊維を数本程度しか含まないので、局所的な繊維の配置がき裂伝ぱや破壊じん性に大きく影響する。

## 第 8 章 結論

従来の研究では複合材料を均質直交異方性材料と考慮して破壊力学の適用が検討されてきた。しかし、複合材料は本来不均質な材料であり、き裂先端の特異応力場やき裂の発生・伝ば挙動は複合構造の影響を受け、とくに繊維径程度のオーダーの微小なき裂に対してはその影響が強く現れる。本論文では、一方向繊維強化複合材料の横方向引張破壊において、繊維とマトリックスの複合構造がき裂先端応力場に及ぼす影響、および、それによるき裂の発生・伝ば特性について検討した。

一般的に、複合構造が応力場に影響を及ぼす因子として、繊維の複合効果、フリーエッジ効果、界面の形状効果がある。また、複合構造を考慮すると、き裂はマトリックス中き裂と界面き裂に分類される。第 2 章から第 5 章では、これらを基にき裂先端近傍の応力場について体系的に解析した。

第 2 章では、マトリックスき裂に及ぼす複合効果の影響について検討した。き裂が繊維層やマトリックス層の厚さに比べて十分短いとき、き裂先端近傍の応力場は隣接繊維の影響を受けない。したがって、応力拡大係数はマトリックス単体中き裂のそれと一致する。均質体中き裂の応力拡大係数で無次元化した応力拡大係数  $K_I^*$  は、き裂長さとともに急激に減少し、き裂半長が繊維層厚さとほぼ等しくなると最小となり、その後増加する。き裂が十分長くなると、応力拡大係数は複合材料を均質直交異方性体として評価したそれ（エネルギー解放率より求められる値）と等しくなる。

第 3 章では、界面き裂に及ぼす複合効果の影響について検討した。き裂が十分短いとき、き裂先端近傍の応力場は、2 相接合材中界面き裂のそれとほぼ等しい。き裂長さとともに、均質体中き裂の応力拡大係数で無次元化した応力拡大係数  $K_I^*$  は急激に減少し、き裂半長が繊維層厚さにほぼ等しくなると最小となり、その後増加する。き裂が十分に長くなると、応力拡大係数は複合材料を均質直交異方性体として評価

したそれ（エネルギー解放率より求められる値）と一致する。また、界面き裂特有の振動特異性は、き裂が短いときは顕著に表れるが、き裂長さとともにその影響は小さくなる。

第 2 章および第 3 章で得られた結果から、非常に短いき裂に対してはマトリックス単体あるいは 2 相材料としての破壊力学による評価ができる。これを複合材料的微視き裂と称することができる。一方、非常に長いき裂に対しては複合構造を無視して、全体を一つの均質材料として破壊力学による評価ができる。これを複合材料的巨視き裂と称することができる。その遷移途中のき裂は、複合構造の影響を受けて応力拡大係数が均質体とは異なる変化を示すため、破壊力学はそのまま適用できない。

第 4 章では、フリーエッジ効果による端面での界面への応力集中がマトリックスき裂および界面き裂先端近傍の応力場に及ぼす影響について検討した。フリーエッジ効果が現れないマトリックスと繊維の組み合わせの場合、き裂先端近傍の応力場は第 2 章や第 3 章と同様である。フリーエッジ効果が現れる場合、小さなき裂の先端近傍応力場は大きく影響を受ける。ここでは、き裂がない場合の応力分布から応力拡大係数を推定する方法を提案した。き裂が長くなるとともに、フリーエッジ効果は次第に小さくなるが、巨視き裂への遷移過程にあたるため、従来の破壊力学は適用できない。き裂が十分長くなるとフリーエッジ効果の影響は消失し、第 2, 3 章の巨視き裂に対する破壊力学が適用できる。

第 5 章では、界面き裂先端近傍応力場に及ぼす界面形状の影響について検討した。界面き裂が繊維に沿って伝ばすると湾曲する。繊維垂直断面で考えると、き裂面ははじめ負荷応力と垂直であるが、き裂が大きくなるとともに先端近くのき裂面は負荷応力と平行となり、き裂開口に寄与する応力成分は減少する。繊維長手方向のき裂先端近傍の応力場はき裂深さがき裂幅とほぼ等しいときに最大となり、き裂深さが増加してもき裂先端の高応力域はほとんど変化しない。

第 6 章では、複合構造が微小き裂に及ぼす影響を実験的に検討することを目的として、2 種類の一方向強化 CFRP (AS4/PEEK, HTA/EPOXY) 90°材を用いて室温引張試験を行い、破壊過程を詳細に観察した。マトリックスのじん性が高い AS4/PEEK



では、破断応力の約 85%になると微小な界面き裂が集団で発生する（き裂領域）。発生したき裂は一旦停留し、き裂領域の寸法も破断するまで変化しない。停留き裂は複合材料的微視き裂から複合材料的巨視き裂へ遷移途中のき裂に相当する。したがって、微小き裂停留の原因として、微視的な複合効果が考えられる。前章までの解析結果から、それは界面湾曲の効果によるものである。負荷応力を増加すると、微小き裂はマトリックス中へ屈折して合体し主き裂を形成する。主き裂の応力拡大係数が本材の巨視的破壊じん性値に達すると急速に破壊が進行し、試験片破断に至る。一方、マトリックスのじん性が低い HTA/EPOXY では微小き裂は観察されず、1 本のマトリックスき裂が主き裂となって破壊をもたらす。マトリックスき裂では、前章までの検討より微視き裂から巨視き裂に至るまで停留する要因がないため、発生した最初のき裂が急速に伝ばして瞬時に破断に至る。

第 2 章から第 5 章までの解析では、繊維層が平行である理想的な一方向強化積層板を対象としている。実在の材料中の繊維はわずかに傾きを有しているため、き裂と繊維が交錯する。その結果、繊維架橋等によって巨視き裂伝ば過程も局所的に複合構造の影響を受ける。従来の実験では、その効果はブリッジングとして知られているが、個々のブリッジングの影響を評価することはできなかった。第 7 章では、プリプレグは厚さ方向に繊維を数本程度しか含まないことに着目し、個々の繊維がき裂伝ばに及ぼす影響を調べた。とくに、繊維のランダムな配置が巨視き裂伝ばに及ぼす影響について詳細に観察した。その結果、ブリッジング以外にも、繊維が湾曲している部分でき裂が停留し、見かけの破壊じん性が上昇することが明らかとなった。

## 付録 A 平面ひずみ下の複合則によるマクロ弾性定数の決定

本研究では、強化繊維とマトリックスの複合がき裂先端近傍の応力特異場におよぼす影響について解析することを目的としている。しかし、き裂から遠い領域では材料の複合に起因する変形の不均一性が小さく、それがき裂先端近傍に及ぼす影響も小さい。そこで、複合則によって求めたマクロな変形挙動を用いても、解析結果は変わらない。これにより、領域分割数および節点数を大幅に減らして、計算機の使用メモリ量および計算時間を節約することができる。

複合材料を構成する個々の材料の弾性定数から均質体の弾性定数を求めるための複合則を導く方法はよく知られており[85]、平面応力条件下における問題でよく使われる。しかし、平面ひずみ条件下の複合則を求めるためには、 $z$  軸方向応力も考慮した 3 次元問題として取り扱う必要がある。本研究では、複合材料の変形を 3 次的に解析することによって平面ひずみ下の複合則を導出した。

ここでは、複合材料の巨視的な変形挙動に注目し、異材が接合された不均一な複合材料と等価な変形挙動を示す直交異方性材料の材料定数を求める。ただし、界面上で完全接合された無限体の変形挙動を対象とした。図 A-1 のように、マトリックス層（ヤング率  $E_m$ 、ポアソン比  $\nu_m$ ）と繊維層（ $E_f$ 、 $\nu_f$ ）からなる多層材料の上下端に  $y$  軸方向に一様応力  $\sigma_{y0}$  が作用しているとする。 $y$  軸に平行な面（側面）での変形が均一で、その面に生じる表面力がトータルとして 0 となるような拘束条件を課すと

$$\varepsilon_{x(m)} = \varepsilon_{x(f)} \quad (A-1)$$

$$\varepsilon_{z(m)} = \varepsilon_{z(f)} \quad (A-2)$$

$$(1 - V_f)\sigma_{x(m)} + V_f\sigma_{x(f)} = 0 \quad (A-3)$$

$$(1 - V_f)\sigma_{z(m)} + V_f\sigma_{z(f)} = 0 \quad (A-4)$$



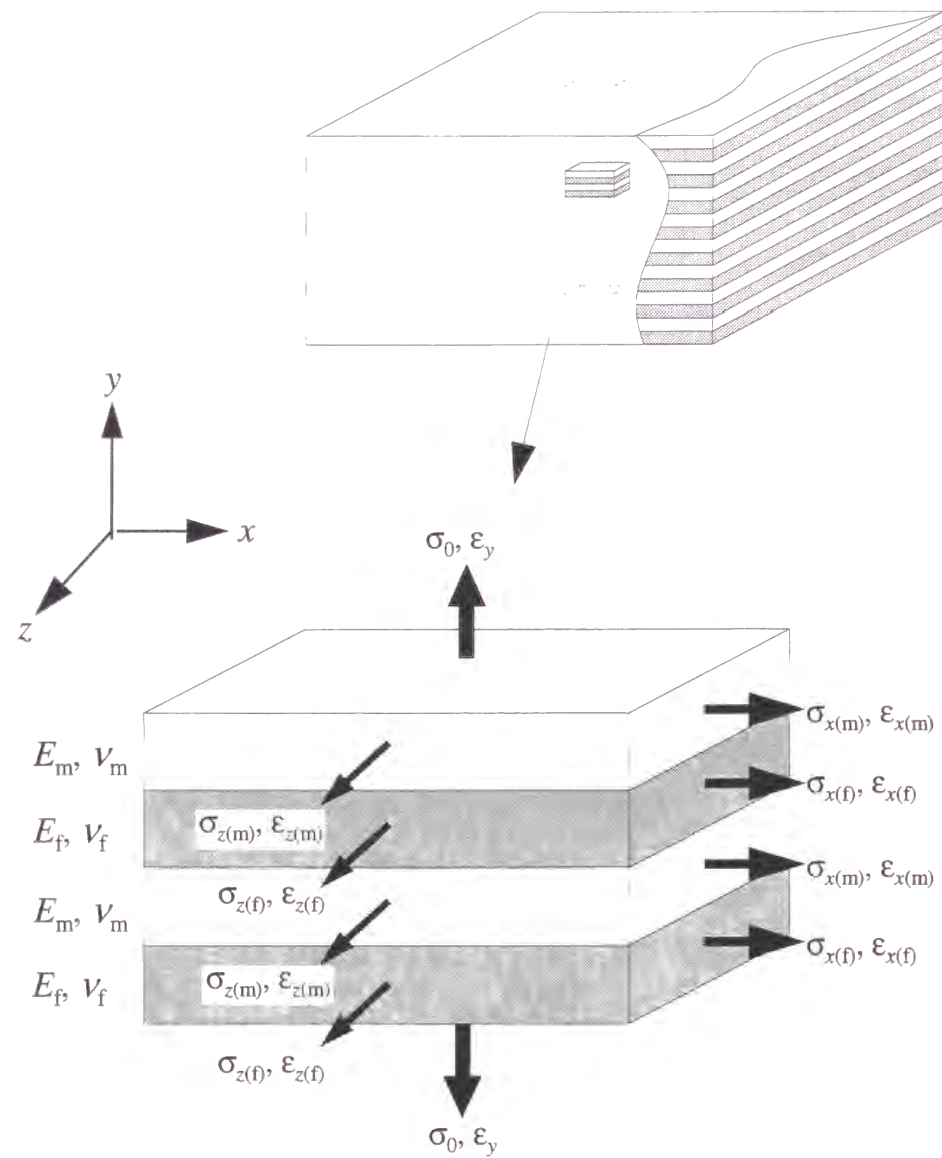


Fig.A-1 Composite model for determining the macroscopic elastic constants.

が得られる. ここで,  $\sigma_{x(m)}$ ,  $\epsilon_{x(m)}$  はマトリックス層内での  $x$  軸方向の応力およびひずみ,  $\sigma_{x(f)}$ ,  $\epsilon_{x(f)}$  は繊維層内での  $x$  軸方向の応力およびひずみ,  $V_f$  は繊維含有率である. 応力とひずみの関係は, マトリックス層内において

$$\epsilon_{x(m)} = \frac{1}{E_m} (\sigma_{x(m)} - \nu_m \sigma_{y0} - \nu_m \sigma_{z(m)}) \quad (A-5)$$

$$\epsilon_{y(m)} = \frac{1}{E_m} (\sigma_{y0} - \nu_m \sigma_{x(m)} - \nu_m \sigma_{z(m)}) \quad (A-6)$$

$$\epsilon_{z(m)} = \frac{1}{E_m} (\sigma_{z(m)} - \nu_m \sigma_{x(m)} - \nu_m \sigma_{y0}) \quad (A-7)$$

繊維層内において

$$\epsilon_{x(f)} = \frac{1}{E_f} (\sigma_{x(f)} - \nu_f \sigma_{y0} - \nu_f \sigma_{z(f)}) \quad (A-8)$$

$$\epsilon_{y(f)} = \frac{1}{E_f} (\sigma_{y0} - \nu_f \sigma_{x(f)} - \nu_f \sigma_{z(f)}) \quad (A-9)$$

$$\epsilon_{z(f)} = \frac{1}{E_f} (\sigma_{z(f)} - \nu_f \sigma_{x(f)} - \nu_f \sigma_{y0}) \quad (A-10)$$

となる. 式 (A-1) ~ (A-10) を解くことによって  $\epsilon_{x(m)}$ ,  $\epsilon_{y(m)}$ ,  $\epsilon_{z(m)}$ ,  $\epsilon_{x(f)}$ ,  $\epsilon_{y(f)}$ ,  $\epsilon_{z(f)}$ ,  $\sigma_{x(m)}$ ,  $\sigma_{x(f)}$ ,  $\sigma_{z(f)}$  を求めることができる. このモデルは巨視的に見ると  $y$  軸方向引張であるから, これらのひずみ成分を用いて均質材としての  $E_y$ ,  $\nu_{yx}$ ,  $\nu_{yz}$  は次式のように表される.

$$E_y = \frac{\sigma_{y0}}{\epsilon_y} = \frac{\sigma_{y0}}{(1 - V_f) \epsilon_{y(m)} + V_f \epsilon_{y(f)}} \quad (A-11)$$

$$\nu_{yx} = \frac{\epsilon_{x(m)}}{E_y} \quad (A-12)$$

$$\nu_{yz} = \frac{\epsilon_{z(m)}}{E_y} \quad (A-13)$$

同様に  $x$ ,  $z$  軸方向に関する引張を考えればすべての材料定数が得られる.

なお, せん断弾性係数  $G_{xy}$  については, 図 A-1 の接合材の上下端に一樣せん断応力

$\tau_{xy0}$  が作用する場合を考え，界面上でのせん断応力が等しいとして次式の複合則が得られる．

$$G_{xy} = \frac{1}{\frac{V_f}{G_{xy(f)}} + \frac{1-V_f}{G_{xy(m)}}} \quad (\text{A-14})$$

## 付録 B 界面端の応力特異性

図 B-1 に示すように異なる 2 つの接合材料に応力が負荷されると，界面端において材料定数の違いに起因する特異応力場が生じる．これはフリーエッジ効果と呼ばれており，界面端近傍の応力場は，界面端を原点とする極座標表示を用いて次式のように表される[41-47]．

$$\sigma_{ij} \propto \frac{1}{r^{1-p}} = \frac{1}{r^\lambda} \quad (\text{B-1})$$

$p \geq 1$  の場合には特異性は生じないが， $0 < p < 1$  の場合に特異応力場となる．また， $p$  が複素数の場合には，界面き裂先端の応力場に類似した界面端に向かって振動しながら発散する振動特異応力場となる．

$$p = 1 - \lambda = \xi + i\eta \quad (\text{B-2})$$

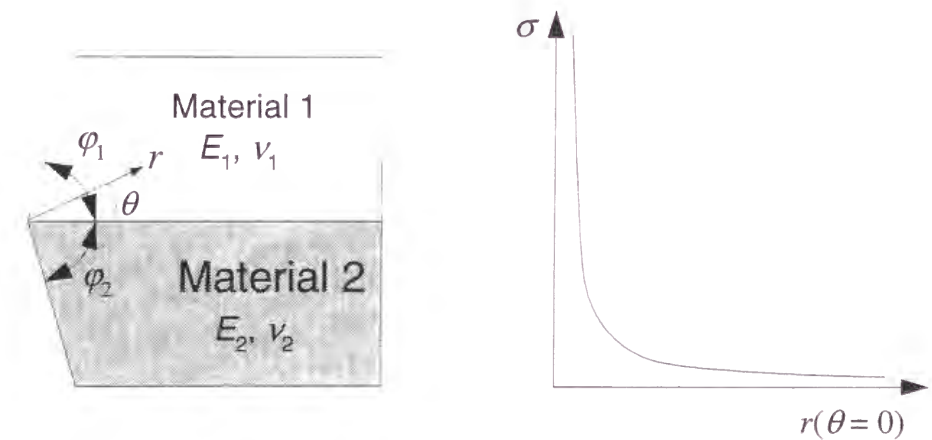


Fig.B-1 Schematic illustration for explaining the edge effect.

$$\sigma_{ij} \propto \frac{1}{r^{1-\xi}} \{C_1 \cos(\eta \ln r) + C_2 \sin(\eta \ln r)\} \quad (\text{B-3})$$

この特異性のオーダー  $\lambda$  を決める  $p$  は次の特性方程式を解くことによって求められる [43].

$$A\beta^2 + 2B\alpha\beta + C\alpha^2 - 2D\beta - 2E\alpha + F = 0 \quad (\text{B-4})$$

$\alpha, \beta$  は次式で表される Dundurs パラメータである [86,87].

$$\alpha = \frac{\mu_1(\kappa_2 + 1) - \mu_2(\kappa_1 + 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)} \quad (\text{B-5})$$

$$\beta = \frac{\mu_1(\kappa_2 - 1) - \mu_2(\kappa_1 - 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)} \quad (\text{B-6})$$

ただし, 材料 1 および 2 のヤング率を  $E_1, E_2$ , ポアソン比を  $\nu_1, \nu_2$  として

$$\mu_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)} \quad (\text{B-7})$$

$$\kappa_i = \begin{cases} 3 - 4\nu_i & (\text{plain stress}) \\ \frac{3 - \nu_i}{1 + \nu_i} & (\text{plain strain}) \end{cases} \quad (\text{B-8})$$

である. 係数  $A \sim F$  は次式で与えられる.

$$A = 4K(p, \varphi_1)K(p, \varphi_2) \quad (\text{B-9})$$

$$B = 2p^2 \{\sin \varphi_1 K(p, \varphi_2) + \sin \varphi_2 K(p, \varphi_1)\} \quad (\text{B-10})$$

$$C = 4p^2(p^2 - 1)\sin^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_2 + K(p, \varphi_1 - \varphi_2) \quad (\text{B-11})$$

$$D = 2p^2(\sin^2 \varphi_1 \sin^2 p\varphi_2 - \sin^2 \varphi_2 \sin^2 p\varphi_1) \quad (\text{B-12})$$

$$E = -D + K(p, \varphi_2) - K(p, \varphi_1) \quad (\text{B-13})$$

$$F = K(p, \varphi_1 + \varphi_2) \quad (\text{B-14})$$

ただし

$$K(p, x) = \sin^2 px - p^2 \sin^2 x \quad (\text{B-15})$$

したがって, 式 (B-4) の  $p$  に関する非線形方程式は, 材料の形状と材料定数によって決まり, 負荷条件に依存しない. また, 本研究で扱った積層板のように,  $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$  となる場合, (B-4) は

$$\left\{ \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} p \right) - p^2 \right\}^2 \beta^2 + p^2 \left\{ \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} p \right) - p^2 \right\} \alpha \beta + p^2(p^2 - 1)\alpha^2 + \frac{1}{4} \sin^2(p\pi) = 0 \quad (\text{B-16})$$

となる. この場合,  $p$  は常に実数となり, (B-3) のような振動特異性は生じない.



## 参考文献

- [1] 日本航空技術協会編, 航空機材料, 日本航空技術協会 (1989).
- [2] 松井醇一, 航空機と複合材料, 冬樹社 (1989).
- [3] 日本複合材料学会編, 複合材料を知る事典, アグネ社 (1982).
- [4] 日本材料学会編, 先端材料の基礎知識, オーム社 (1991), pp.59-80.
- [5] J. R. Vinson and R. L. Sierakowski, 複合材料の構造力学, 日刊工業新聞社 (1987).
- [6] 荻原慎二・武田展雄・小林訓史・小林昭, 擬似等方性 CFRP 積層板における微視的損傷の発生・進展挙動の実験的評価, 日本機械学会論文集, A 編, **62** (1996), pp.2250-2255.
- [7] T. K. O'Brien, Towards a Damage Tolerance Philosophy for Composite Materials and Structure, ASTM STP 1059, The American Society for Testing of Materials (1990), pp.7-33.
- [8] 轟章・小林英男, CFRP 層間はく離じん性とマイクロメカニズムの検討, 日本機械学会論文集, A 編, **57** (1991), pp.1648-1653.
- [9] 張惟郭・金原勲・影山和郎・大沢勇, CF/EPOXY 積層板のモード I 層間はく離破壊挙動に及ぼす繊維配向角の影響, 材料, **41** (1992), pp.1292-1298.
- [10] 北條正樹, 田中啓介, C. G. Gustafson, P. A. Gradin, 剣持潔, 一方向強化 CF/PEEK 積層板のモード I 層間はく離き裂伝ば挙動, 日本機械学会論文集, A 編, **56** (1990), pp.1327-1334.
- [11] W. D. Bascom, R. J. Binter, R. J. Moulton and A. R. Siebert, The Interlaminar Fracture of Organic-Matrix Woven Reinforced Composite, Composites, **11** (1980), pp.9-22.
- [12] D. J. Wilkins, J. R. Eisenmann, R. A. Camin, W. S. Margolis and R. A. Benson, Characterizing Delamination Growth in Graphite-Epoxy, ASTM STP 775, The

- American Society for Testing of Materials (1982), pp.168-183.
- [13] 三木光範・福田武人・元木信弥・北條正樹, 複合材料, 共立出版 (1997).
- [14] A. J. Russell and K. N. Street, Moisture and Temperature Effect on the Mixed-Mode Delamination Fracture of Unidirectional Graphite/Epoxy, ASTM STP 876, The American Society for Testing of Materials (1985), pp.349-370.
- [15] J. W. Gillespie, L. A. Carlsson and R. B. Pipes, Finite Element Analysis of the End Notched Flexure Specimen for Measuring Mode II Fracture Toughness, Composite Science and Technology, **27** (1986), pp.177-197.
- [16] L. A. Carlsson, J. G. Gillespie and R. B. Pipes, On the Analysis and Design of End Notched Flexure (ENF) Specimen for Mode II Testing, Journal of Composite Materials, **20** (1987), pp. 594-605.
- [17] B. R. Trethewey and J. W. Gillespie, Mode II Cyclic Delamination Growth, Journal of Composite Materials, **22** (1988), pp.459-483.
- [18] D. J. Wilkins, J. R. Eisenmann, R. A. Camin, W. S. Margolis and R. A. Benson, Characterizing Delamination Growth in Graphite-Epoxy, ASTM STP 775, The American Society for Testing of Materials (1982), pp.168-183.
- [19] 北條正樹, C. G. Gustafson, 田中啓介, 林龍一, CFRP 積層板のモード I および混合モードにおける層間はく離き裂伝ば挙動, 材料, **36** (1987), pp.222-228.
- [20] S. Ochiai and M. Hojo, Mesomechanical modeling approach to interface-related tensile behavior of FRM, Composite Interface, **2** (1994), pp.365-388.
- [21] 落合庄治郎・北條正樹, 繊維強化複合材料のメゾメカニクスへのモンテカルロシミュレーションの応用, まてりあ, **33**, 日本金属学会 (1994), pp.1397-1406.
- [22] F. Erdogan and G. Gupta, The Stress Analysis of Multi-Layered Composite with a Flaw, Journal of Applied Mechanics, **7** (1971), pp.39-61.
- [23] 結城良治, 曹相鳳, 松本敏郎, 木須博行, Hetenyi の基本解を用いた効率的境界要素弾性解析, 日本機械学会論文集, A 編, **53** (1987), pp.1581-1589.
- [24] R. Yuuki and S. B. Cho, Efficient Boundary Element Analysis of Stress Intensity Factors for Interface Cracks in Dissimilar Materials, Engineering Fracture Mechanics, **34** (1989), pp.179-188.
- [25] M. L. Williams, The Stress Around a Fault or Crack in Dissimilar Media, Bulletin of the Seismological Society of America, **49** (1959), pp.199-204.

- [26]F. Erdogan, Stress Distribution in a Nonhomogeneous Elastic Plate with Cracks, Journal of Applied Mechanics, **30** (1963), pp.232-238.
- [27]F. Erdogan, Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials with Cracks, Journal of Applied Mechanics, **32** (1965), pp.403-410.
- [28]F. Erdogan, Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials Containing Circular or Ring-Shaped Cavities, Journal of Applied Mechanics, **32** (1965), pp.829-836.
- [29]A.H. England, A Crack between Dissimilar media, Journal of Applied Mechanics, **32** (1965), pp.400-402.
- [30]G.C. Sih and J. R. Rice, The Bending of Plates of Dissimilar Materials with Cracks, Journal of Applied Mechanics, **31** (1964), pp.477-482.
- [31]J. R. Rice, and G.C. Sih., Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media, Journal of Applied Mechanics, **32** (1965), pp.418-423.
- [32]M. Comninou, The Interface Crack, Journal of Applied Mechanics, **44** (1977), pp. 631-636.
- [33]M. Comninou, The Interface Crack in a Shear Field, Journal of Applied Mechanics, **45** (1978), pp.287-290.
- [34]M. Comninou, The Interface Crack in a Combined Tension-Compression and Shear Field, Journal of Applied Mechanics, **46** (1979), pp.342-345.
- [35]A. F. Mak, L. M. Keer, S. H. Chen and J. L. Lewis, A No Slip Interface Crack, Journal of Applied Mechanics, **47** (1980), pp.347-350.
- [36]C. Atkinson, The Interface Crack with a Contact Zone, International Journal of Fracture, **18** (1982), pp.161-177.
- [37]C. T. Sun, and C. J. Jih, On Strain Energy Release Rate for Interfacial Cracks in Bi-material Media, Engineering Fracture Mechanics, **28** (1987), pp.13-20.
- [38]J. Dundurs and A. K. Gauteson, An Opportunistic Analysis of the Interface Crack, International Journal of fracture, **36** (1988), pp.151-159.
- [39]J. R. Rice, Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks, Journal of Applied Mechanics, **55** (1988), pp.98-103.
- [40]結城良治・許金泉, 界面き裂の力学, 生産研究, **42**, 東京大学生産技術研究所 (1990), pp.508-514.
- [41]D. B. Bogy, Edge Bonded Dissimilar Orthogonal Elastic Wedges under Normal and

- Shear Loadings, Journal of Applied Mechanics, **35** (1968), pp.146-154.
- [42]D. B. Bogy, On the Problem of Edge Bonded Elastic Quarter Planes Loaded at Boundary, International Journal of Solids and Structure, **6** (1970), pp.1287-1313.
- [43]D. B. Bogy, Two Edge Bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Traction, Journal of Applied Mechanics, **38** (1971), pp.377-386.
- [44]V. L. Hein and F. Erdogan, Stress Singularity in a Two Materials Wedge, International Journal of Fracture Mechanics, **7** (1971), pp.317-330.
- [45]O. T. Iancu, T. Fett and D. Munz, A Fracture Mechanical Treatment of Free Edge Stress Singularities Applied to a Braged Ceramic/Metal Compound, International Journal of Fracture, **46** (1990), pp.159-172.
- [46]久保司郎・大路清嗣, 自由縁応力特異性を消失させるための異種材料接合端の幾何学的条件, 日本機械学会論文集, A 編, **57** (1991), pp.632-636.
- [47]結城良治・許金泉・劉金橋, 異材接合材の界面端応力特異性の解析, 生産研究, **44**, 東京大学生産技術研究所 (1992), pp.206-210.
- [48]田中啓介・田中拓・猪飼良博, 一方向炭素繊維強化複合材料の切欠材における層内疲労き裂の発生および進展挙動, 日本機械学会論文集, A 編, **60** (1994), pp.960-966.
- [49]Z. Maekawa, H. Hamada, K. Lee and T. Kitagawa, Reliability Evaluation of Mechanical Property of AS4/PEEK Composites, Composites, **25** (1994), pp.37-45.
- [50]L. Boniface, P. A. Smith and M. G. Bader, Transverse Ply Cracking in Cross-Ply CFRP Laminates-Initiation or Propagation Controlled?, Journal of Composite Materials, **31** (1997), pp.1080-1112.
- [51]関根英樹・神谷庄司, 一方向連続繊維強化複合材料中の面内せん断形き裂のき裂進展抵抗に及ぼす繊維橋渡し効果, 日本機械学会論文集, A 編, **55** (1989), pp.1203-1209.
- [52]田中啓介・田中拓・北條正樹, 一方向炭素繊維強化複合材料の混合モード層内疲労き裂進展に及ぼすき裂架橋効果, 日本機械学会論文集, A 編, **58** (1992), pp.2073-2080.
- [53]田中啓介・田中拓・山岸謙二郎, CFRP の層間破壊靱性に及ぼす繊維ブリッジング効果のき裂開口変位分布測定に基づく評価, 日本機械学会論文集, A



- 編, **60** (1994), pp.1176-1182.
- [54]轟章・小林英男・李宗基, CF/PEEK 層間はく離抵抗とマイクロメカニズム, 日本機械学会論文集, **60** (1994), pp.1272-1279.
- [55]植松美彦・大谷隆一・北村隆行・岡謙一郎, 一方向強化 AS4/PEEK 積層板の高温疲労層間はく離き裂伝ぱに対する繊維架橋によるクラックシールドニング効果, 材料, **44** (1995), pp.762-768.
- [56]田中啓介・田中拓・辻辰哉・山岸謙二郎, CFRP のモード I 層間はく離疲労き裂の進展に及ぼす繊維ブリッジングの影響, 日本機械学会論文集, A 編, **61** (1995), pp.523-529.
- [57]北村隆行・多田直哉・栗山義英・大谷隆一, SUS304 の結晶粒界長さおよび角度分布とそのクリープ疲労微小き裂発生・成長に及ぼす影響, 日本機械学会論文集, A 編, **56** (1990), pp.702-707.
- [58]多田直哉・飯尾真司・北村隆行・大谷隆一, クリープ疲労き裂伝ぱにおける微視組織的微小き裂から力学的巨視き裂への遷移挙動, 材料, **41** (1992), pp.1165-1171.
- [59]T. Kitamura, N. Tada and R. Ohtani, Evaluation of Creep Fatigue Damage based on Initiation and Growth of Small Cracks, Behavior of Defects at High Temperatures,ESIS 15, Mechanical Engineering Publications (1993), pp.47-69.
- [60]S. Suresh and R. O. Richie, Propagation of Short Fatigue Cracks, International Metals Reviews, **29** (1984), pp.445-476.
- [61]結城良治・木須博行, 境界要素法による弾性解析, 培風館 (1987).
- [62]R. S. Barsoum, Theoretical Basis of the Finite Element Interactive Method for the Eigenvalue Problem in Stationary Cracks, International Journal of Numerical Methods in Engineering, **10** (1976), pp.25-37.
- [63]T. A. Cruse and J. L. Swedlow, Air Force Rep., No.AFML-TR-71-268 (1971).
- [64]S. K. Chan, I. S. Tuba and W. K. Wilson, On The Finite Element Method in Linear Fracture Mechanics, Engineering Fracture Mechanics, **2** (1971), pp.1-17.
- [65]H. Tada, The Stress Analysis of Crack Handbook, Del Research Corporation, Hellertown, Pa., U.S.A. (1973).

- [66]多田直哉・岡謙一郎・北村隆行・大谷隆一, 一方向繊維強化複合材料の層間はく離き裂先端近傍応力の FEM 解析, 日本機械学会材料力学部門講演論文集, No. 96-10, Vol. B (1996), pp.261-262.
- [67]G. C. Sih, P. C. Paris and G. R. Irwin, On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies, International Journal of Fracture Mechanics, **1** (1965), pp.189-203.
- [68]岡村弘之, 線形破壊力学入門, 培風館 (1976).
- [69]C.F. Shih and R. J. Asaro, Elastic-Plastic Analysis of Cracks in Bimaterial Interface; Part I—Small Scale Yielding, Journal of Applied Mechanics, **55** (1988), pp.299-316.
- [70]結城良治・曹相鳳, 異材界面き裂の応力拡大係数の境界要素弾性解析, 日本機械学会論文集, A 編, **55** (1989), pp.340-347.
- [71]R. Yuuki and S. B. Cho, Efficient Boundary Element Analysis of Stress Intensity Factors for Interface Cracks in Dissimilar Materials, Engineering Fracture Mechanics, **34** (1989), pp.179-188.
- [72]結城良治・許金泉, パーソナルコンピュータによる異材接合継手・異材界面き裂の境界要素弾性解析, 日本機械学会論文集, A 編, **56** (1990), pp.1517-1523.
- [73]結城良治・許金泉, 直交異方性異材界面き裂の応力拡大係数, 日本機械学会論文集, A 編, **57** (1991), pp.1542-1550.
- [74]B. Malyshev and R. Salganik, The Strength of Adhesive Joints using the Theory of Cracks, International Journal of Fracture Mechanics, **1** (1965), pp.114-128.
- [75]山本善之・角洋一・栗生和夫, 切欠き底から発生したクラックの応力拡大係数, 日本造船学会論文集, 137 (1975), pp.291-296.
- [76]B. N. Cox and M. S. Dadkhah, The Macroscopic Elasticity of 3D Woven Composites, Journal of Composite Materials, **29** (1995), pp.785-819.
- [77]三井東圧化学, PEEK 技術資料.
- [78]井上達男, 弾性力学の基礎, 日刊工業 (1979), pp.23-29.
- [79]戸袋邦朗, 樹脂系材料の動向と展望, 工業材料, **36** (1988), pp.33-40.
- [80]金原勲, FRP の現状と将来, 工業材料, **37** (1989), pp.52-57.
- [81]結城良治・許金泉, 異材界面き裂の屈折条件・破壊基準の検討, 日本機械学会論文集, A 編, **56** (1990), pp.1945-1951.



- [82]R. Yuuki and J. Q. Xu, Stress Based Criterion for An Interface Crack Kinking out of the Interface in Dissimilar Materials, Engineering Fracture Mechanics, **41** (1992), pp.635-644.
- [83]日本材料学会破壊力学部門委員会編, Stress Intensity Factors Hand Book, Vol.2, 日本材料学会 (1987).
- [84]植松美彦・北村隆行・大谷隆一・辰巳太郎, 耐熱性 CFRP の積層板の層間はく離高温破壊じん性, 日本機械学会論文集, A 編, **59** (1993), pp.2286-2291.
- [85]機械材料学, 日本材料学会 (1991), pp.318-323.
- [86]J. Dundurs, Edge-Bonded Dissimilar Orthogonal Elastic Wedges Under Normal and Shear Loading, Journal of Applied Mechanics, **36** (1969), pp.650-652.
- [87]J. Dundurs, Effect of Elastic Constants on Stress In A Composite Under Plane Deformation, Journal of Composite Materials, **1** (1967), pp.310-322.

## 発表文献

### 第 2 章

- ・ 複合材料における微視き裂から巨視き裂への遷移  
(Mode I マトリックス中央き裂を有する横方向積層板の BEM 解析)  
坂口昌平, 江嶋恒行, 多田直哉, 北村隆行, 大谷隆一  
日本機械学会論文集, A 編, 63-614 (1997), pp.2077-2083.

### 第 3 章

- ・ 複合材料における微視き裂から巨視き裂への遷移  
(界面き裂を有する横方向積層板の BEM 解析)  
江嶋恒行, 坂口昌平, 多田直哉, 北村隆行, 大谷隆一  
日本機械学会論文集, A 編, 63-615 (1997), pp.2338-2344.
- ・ Stress Intensity Factors of Small and Large Cracks in Transversely Reinforced Composite Plate  
Tsuneyuki EJIMA, Takayuki KITAMURA, Naoya TADA, Ryuichi OHTANI and Shohei SAKAGUCHI  
Proceedings of the 5th Japan International SAMPE Symposium (1997), pp.129-132.

### 第 4 章

- ・ 横方向引張を受ける複合材料の端部微小き裂に関する応力解析  
江嶋恒行, 多田直哉, 北村隆行, 大谷隆一  
日本機械学会論文集に掲載予定.

## 第6章

- ・ AS4/PEEK の横方向引張における微小き裂の発生と停留  
江嶋恒行，小泉匡永，多田直哉，北村隆行，大谷隆一  
材料に掲載予定.

## 第7章

- ・ CFRP プリプレグ試験片による繊維のき裂伝ば阻止効果の微視的観察  
高橋可昌，江嶋恒行，北村隆行，大谷隆一  
材料に投稿中.

## 全章に関連して

- ・ 一方向繊維強化複合材料の DCB 試験片におけるモード I 層間はく離き裂先端近傍の応力場  
多田直哉，北村隆行，大谷隆一，江嶋恒行，尾原秀司  
材料, 47-9 (1998), pp.926-930.
- ・ Initiation and Growth of Small Cracks in Transverse Creep of Uni-directionally Reinforced AS4/PEEK  
Tsuneyuki EJIMA, Naoya TADA, Takayuki KITAMURA, Ryuichi OHTANI, Hiroyuki SAKURAI and Masahisa KOIZUMI  
The First Asian Australasian Conference on Composite Materials (ACCM-1)  
Extended Abstracts Volume II (1998), pp.(707-1)-(707-4).

## 謝辞

本研究は，著者が京都大学大学院工学研究科博士後期課程在学中に材料強度学研究室において行ったものです．同研究室の大谷隆一教授および北村隆行教授には，研究テーマのご教示をはじめとして，本研究において貴重なご助言を数多く賜りました．浅学なる著者が本論文を完成させるに至ったのも，ひとえに先生方が親身になって指導していただいたお陰です．心よりお礼申し上げます．

同研究室の多田直哉助手には，本研究に関してご指導をいただいたのみならず，研究室での普段の生活においても大変お世話になりました．本当にありがとうございました．

また，本論文を完成するにあたり，駒井謙治郎教授および落合庄治郎教授には多くの有益なご助言をいただきました．心よりお礼申し上げます．

供試材や実験機の作成にあたり，東邦レーヨン三島工場第二研究室の皆様，島津製作所の堀川純氏に多大なるご協力をいただきました．本当にありがとうございました．

実験・解析を遂行するにあたり，尾原秀司君（日立製作所），坂口昌平君（関西電力），小泉匡永君（東邦ガス），高橋可昌君（京都大学大学院），川村太君（同），桜井宏幸君（同）の皆様には大変お世話になりました．どうもありがとうございました．

最後になりましたが，今日に至るまで長い間経済的に支援してくれた両親に深く感謝します．まことにありがとうございました．

1999 年 1 月 江嶋恒行